

Experimente mit der App MechanikZ (Android und iOS)

Dr. Markus Ziegler CC-BY-SA 4.0

www.spaichinger-schallpegelmesser.de

Letzte Änderungen: 19.03.2023

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil

Hinweis: Sie finden Schülerexperimentieranleitungen für die Experimente 4 bis 6 unter:

www.spaichinger-schallpegelmesser.de/Reale_Bewegungen_Experimente.docx

Besonderheiten von MechanikZ

- Nutzt Beschleunigungssensor und Gyroskop
 - 3D-Vektordarstellung von Beschleunigung und Kraft
 - Die Achsenrichtungen können umgekehrt werden
 - Schaubilder für:
 - $a_x(t)$, $a_y(t)$, $a_z(t)$, $a(t)$
 - $F_x(t)$, $F_y(t)$, $F_z(t)$, $F(t)$
 - $\omega_x(t)$, $\omega_y(t)$, $\omega_z(t)$, $\omega(t)$
 - Bei der Messoptionen „Messung (schiefe) Ebene“ stehen zusätzlich folgende Schaubilder zur Verfügung:
 - $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$, $v(t)$
 - $p_x(t)$, $p_y(t)$, $p_z(t)$, $p(t)$
 - $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$, $s(t)$
-

Besonderheiten von MechanikZ

- Messoptionen (im Startmenü wählbar):
 - **Messung mit Gravitation:**
Hier werden die Werte des Beschleunigungssensors unverändert angezeigt. D.h., es wird $\vec{a} - \vec{g}$ und $\vec{F}_{Res} - \vec{F}_G$ ausgegeben. Folglich können hier auch keine Werte für Geschwindigkeit, Impuls und Weg angegeben werden
 - **Messung (schiefe) Ebene:** Nachdem das Gerät in die Messposition gebracht wurde, wird beim Betätigen von „Messung (schiefe) Ebene“ zunächst eine **Nullung** durchgeführt, d.h., es wird \vec{g} bestimmt. Anschließend startet die Messung automatisch. Es werden die korrigierten Messwerte ausgegeben: $\vec{a} - \vec{g} + \vec{g} = \vec{a}$
Während der Messung darf die relative Lage des Smartphones zu \vec{g} nicht geändert werden!
-

Besonderheiten von MechanikZ

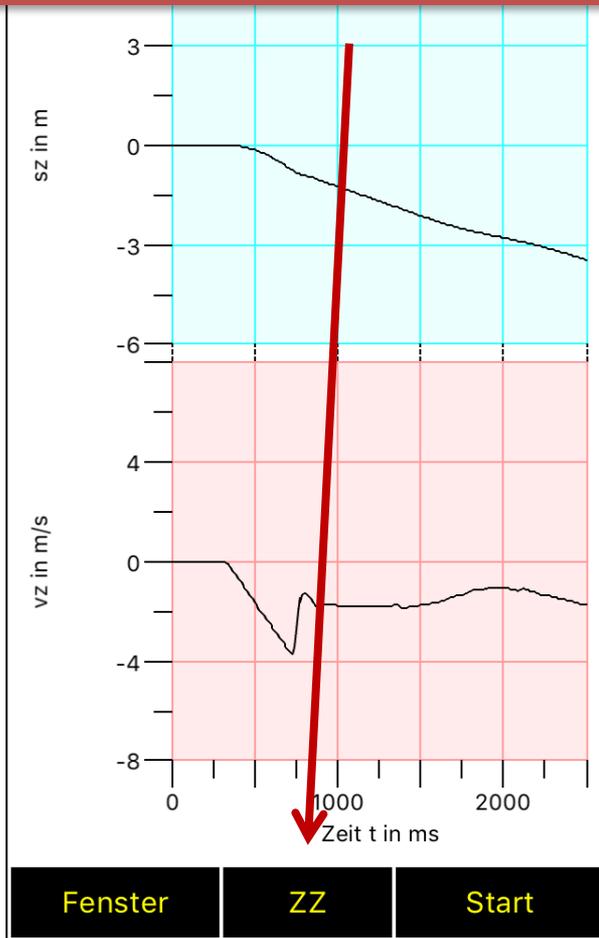
- Funktionsfit: Polynome 0. bis 4. Grades und Sinusfunktion
 - Tangenten können in Fitschaubilder eingeblendet werden
 - Tiefpassfilter (auch nach der Messung noch anpassbar)
 - Optimierung von harmonischen Schwingungen
 - Effektive Kalibrierung des Beschleunigungssensors:
 - Skalierungsfehler
 - Nullpunktverschiebung
 - Nichtorthogonalität der Achsen des Beschleunigungssensor
 - Android und iOS
 - Kostenlos, ohne Werbung, keine Übermittlung von Daten
Einfache und schnelle Messung und **Auswertung** ohne Notwendigkeit von Export/Import
-

Inhaltsübersicht

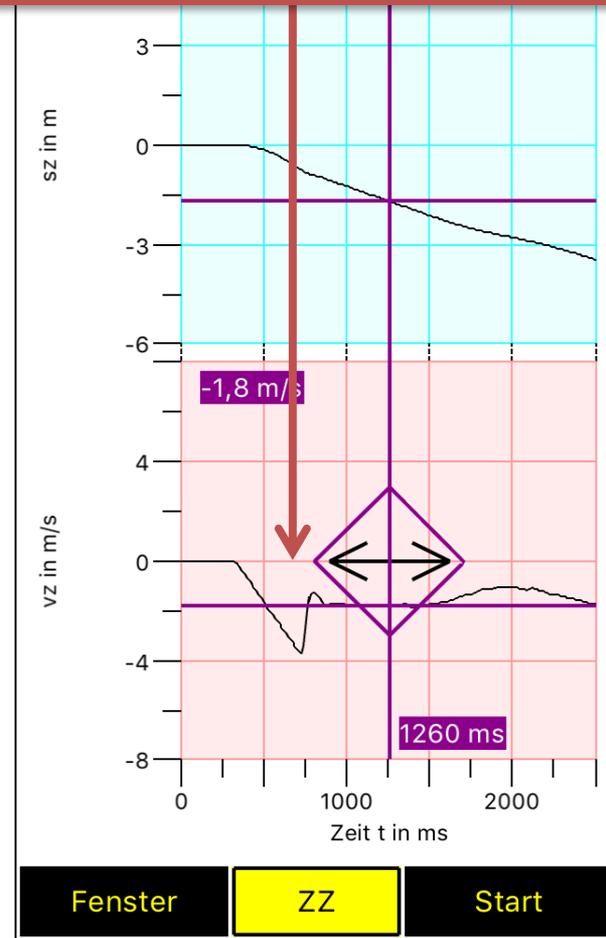
1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. **Bedienung der App MechanikZ: Zoom**
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

App MechanikZ: Zoom

1. Zoomzentrum ZZ aktivieren

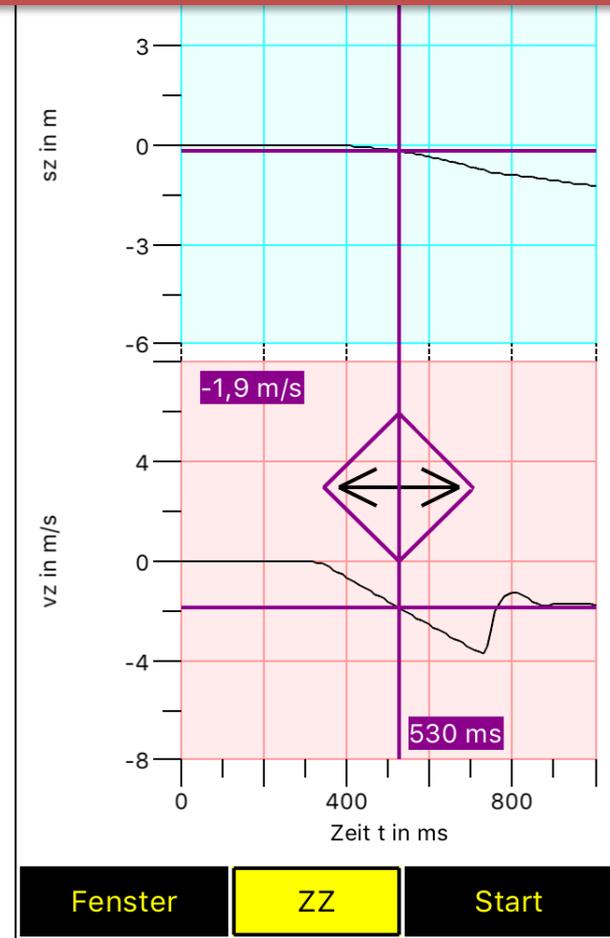
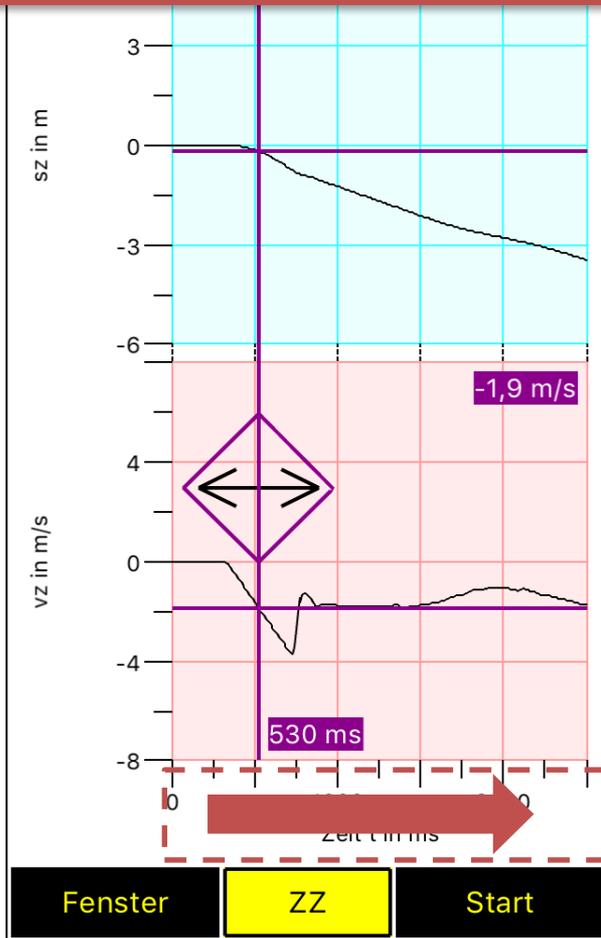


2. ZZ an interessante Stelle schieben



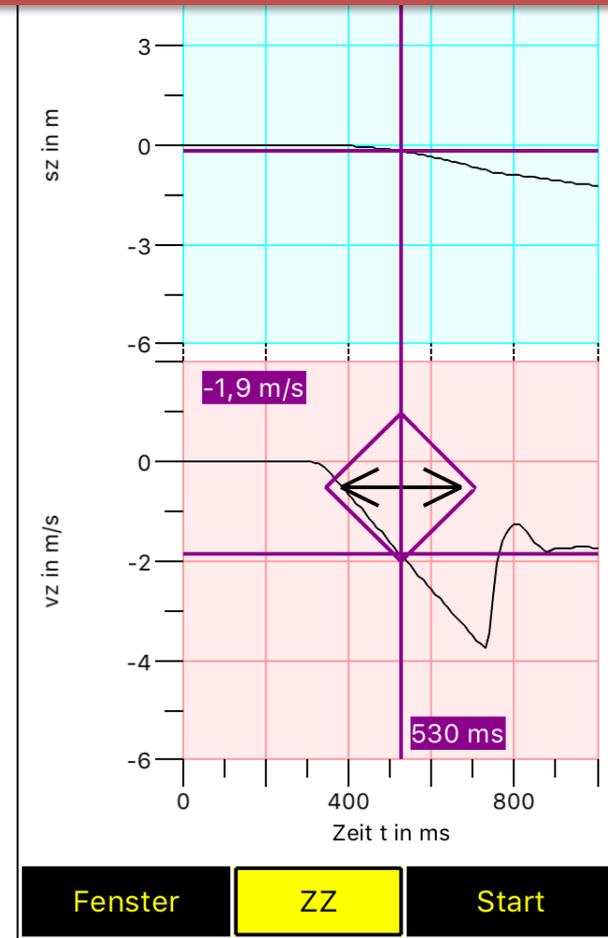
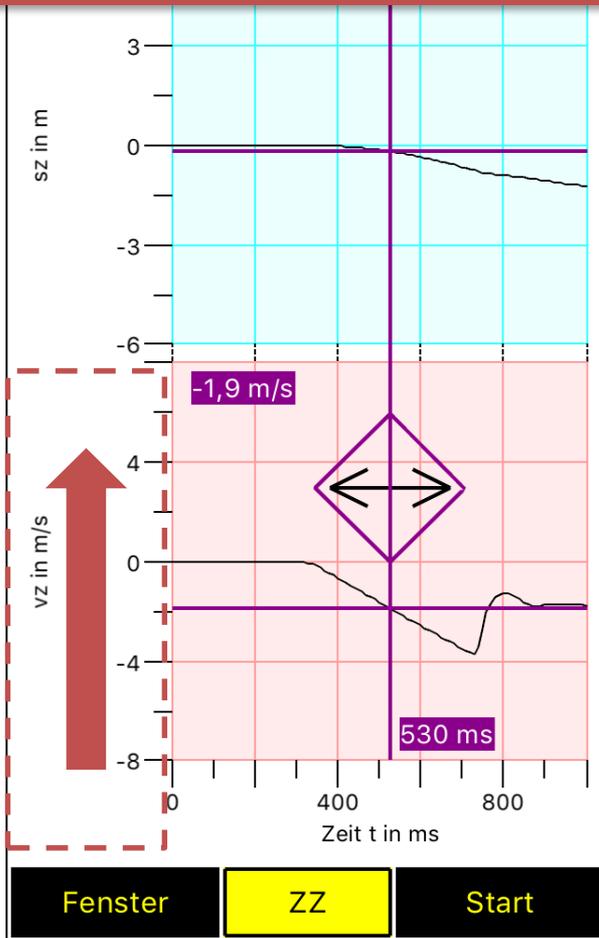
App MechanikZ: Zoom Zeitachse

3. Zoom der Zeitachse: Im weißen Bereich der Zeitachse mit einem Finger nach rechts streichen

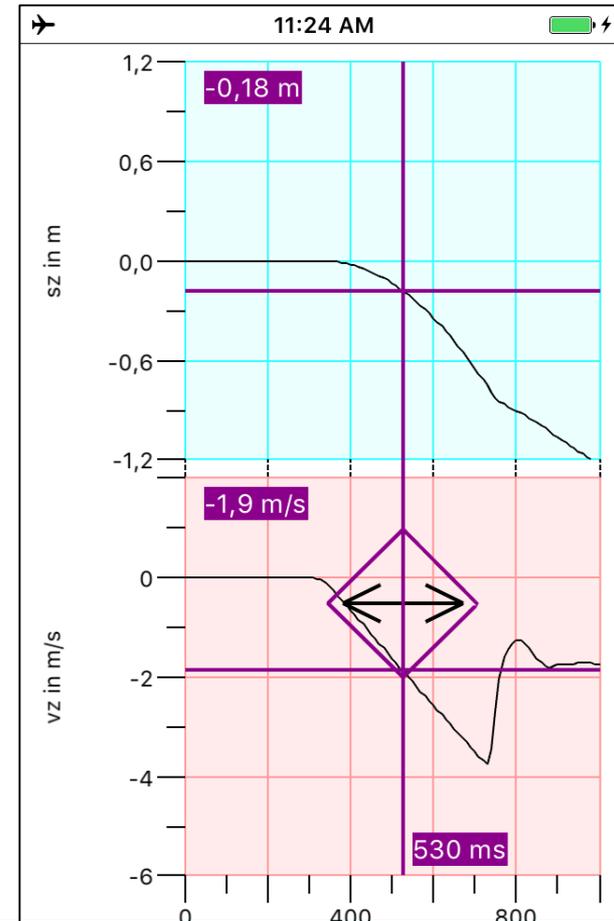
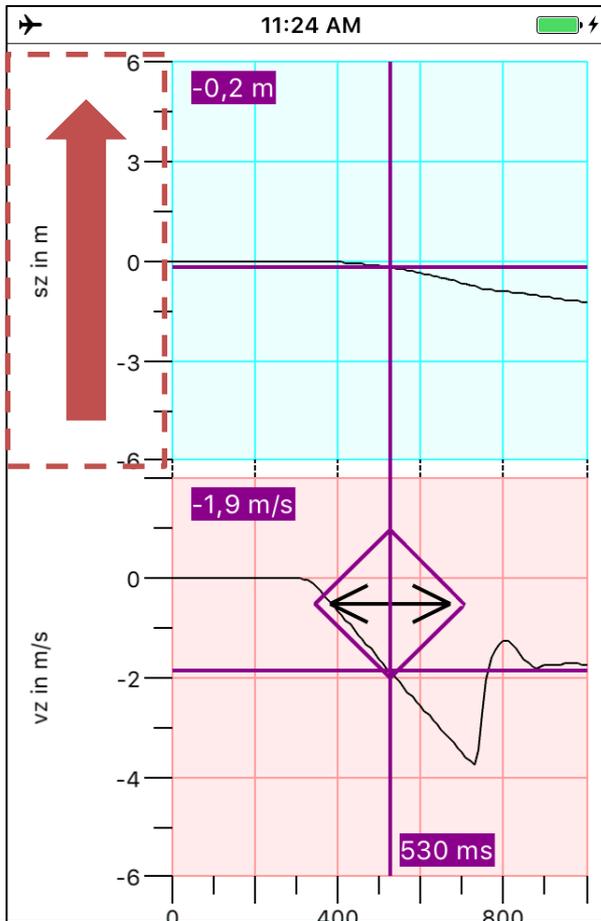


App MechanikZ: Zoom Hochachse unten

4. Zoom der vz-Achse: Im weißen Bereich der vz-Achse mit einem Finger nach oben streichen



App MechanikZ: Zoom Hochachse oben



5. Zoom der sz-Achse: Im weißen Bereich der sz-Achse mit einem Finger nach oben streichen

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. **Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung**
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{zentri} \sim \omega^2$
-

Fall eines Smartphones

Aufgabe 1: Ein Smartphone fällt aus ca. 80 cm Höhe herunter. Skizzieren Sie das $s(t)$ - und $v(t)$ -Diagramm.

Aufgabe 2: Überprüfen Sie die Diagramme durch ein Experiment.
Materialien: Smartphone mit App MechanikZ und Daunenkissen

Fall eines Smartphones

Smartphone möglichst waagerecht halten



START MESSUNG:

Messung mit Gravitation

nur a , F und ω (max. 120 Sekunden)

Messung (schiefe) Ebene

a , v , s , F , p , ω (max. 120 Sekunden)

Hinweise: Messoptionen

AUSWERTUNG:

Achsenrichtungen

vor oder nach der Messung

Schwingungsoptimierung

vor oder nach der Messung

Filter

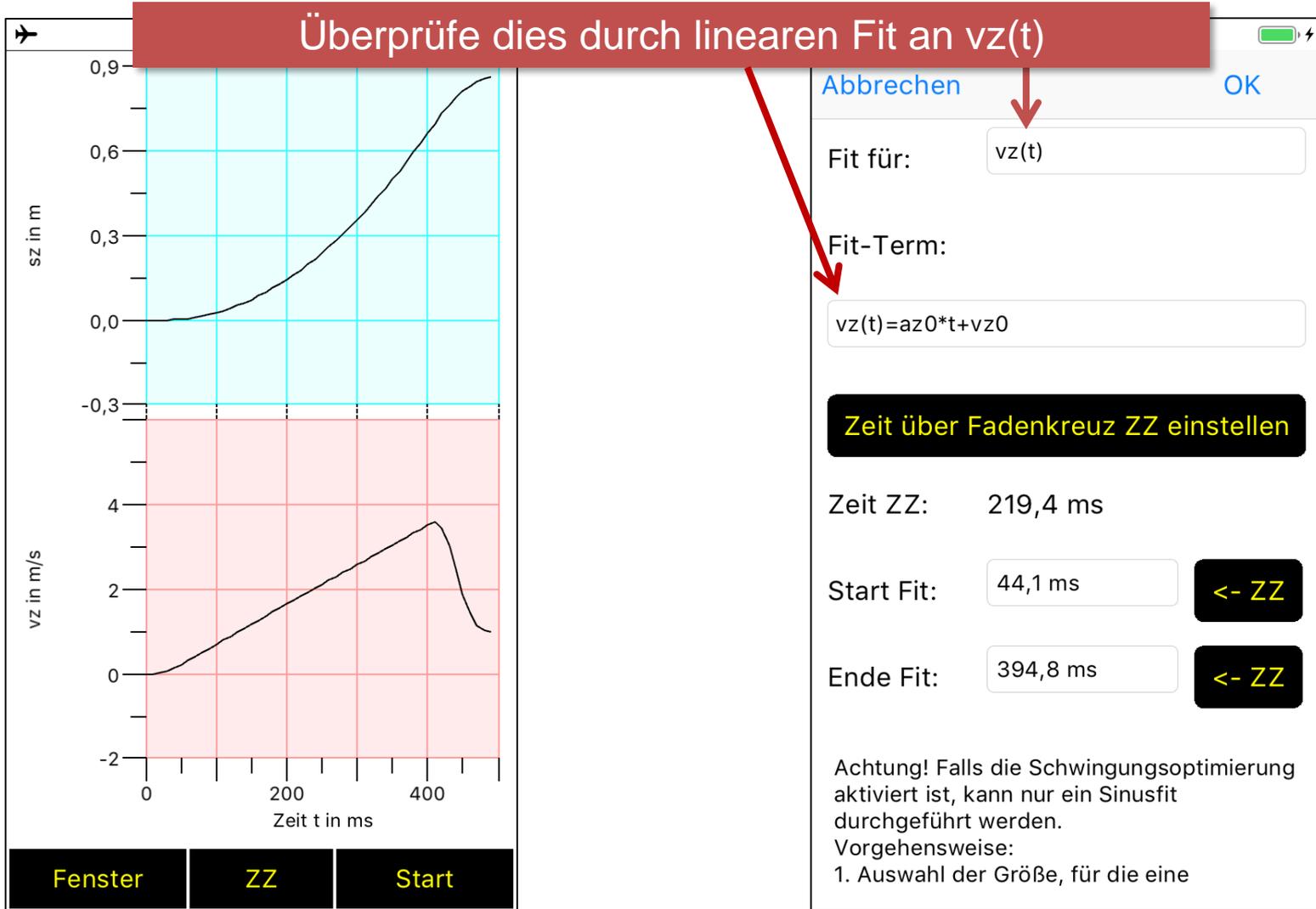
vor oder nach der Messung

Fit: Funktionsterm

Messung
(schiefe)
Ebene
starten

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Ist Fall gleichmäßig beschleunigt?



Ist Fall gleichmäßig beschleunigt?

16:22

Senden OK

Ergebnis Fit:

$v_z(t) = az_0 \cdot t + v_{z0}$
 $az_0 = 9,41 \text{ m/s}^2$
 $v_{z0} = 0,180 \text{ m/s}$

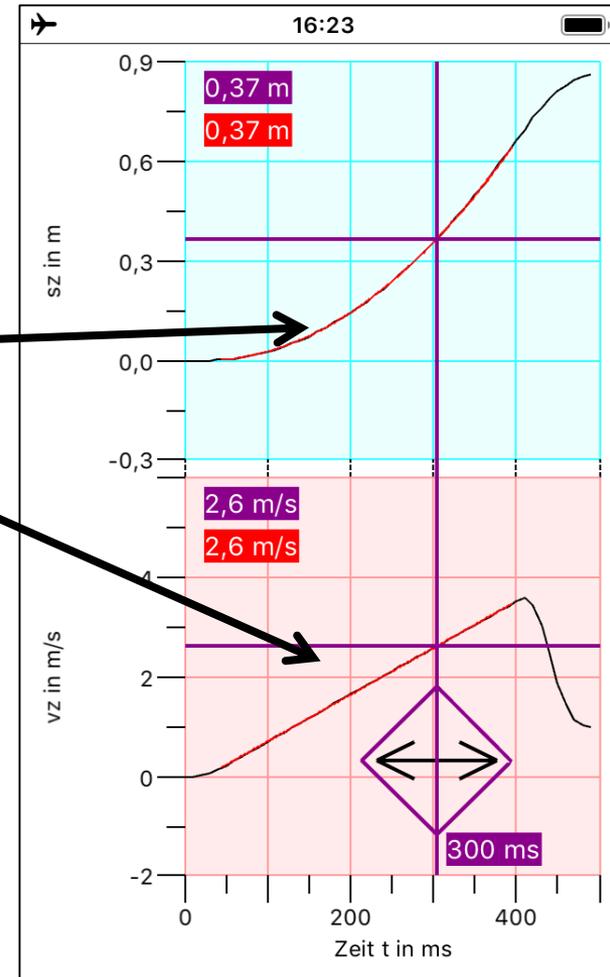
$sz(t) = 0,5 \cdot az_0 \cdot t^2 + v_{z0} \cdot t + sz_0$
 $sz_0 = 0,00251 \text{ m}$

$az(t) = az_0$

$F_z(t) = F_{z0}$
 $F_{z0} = 1,05 \text{ N}$

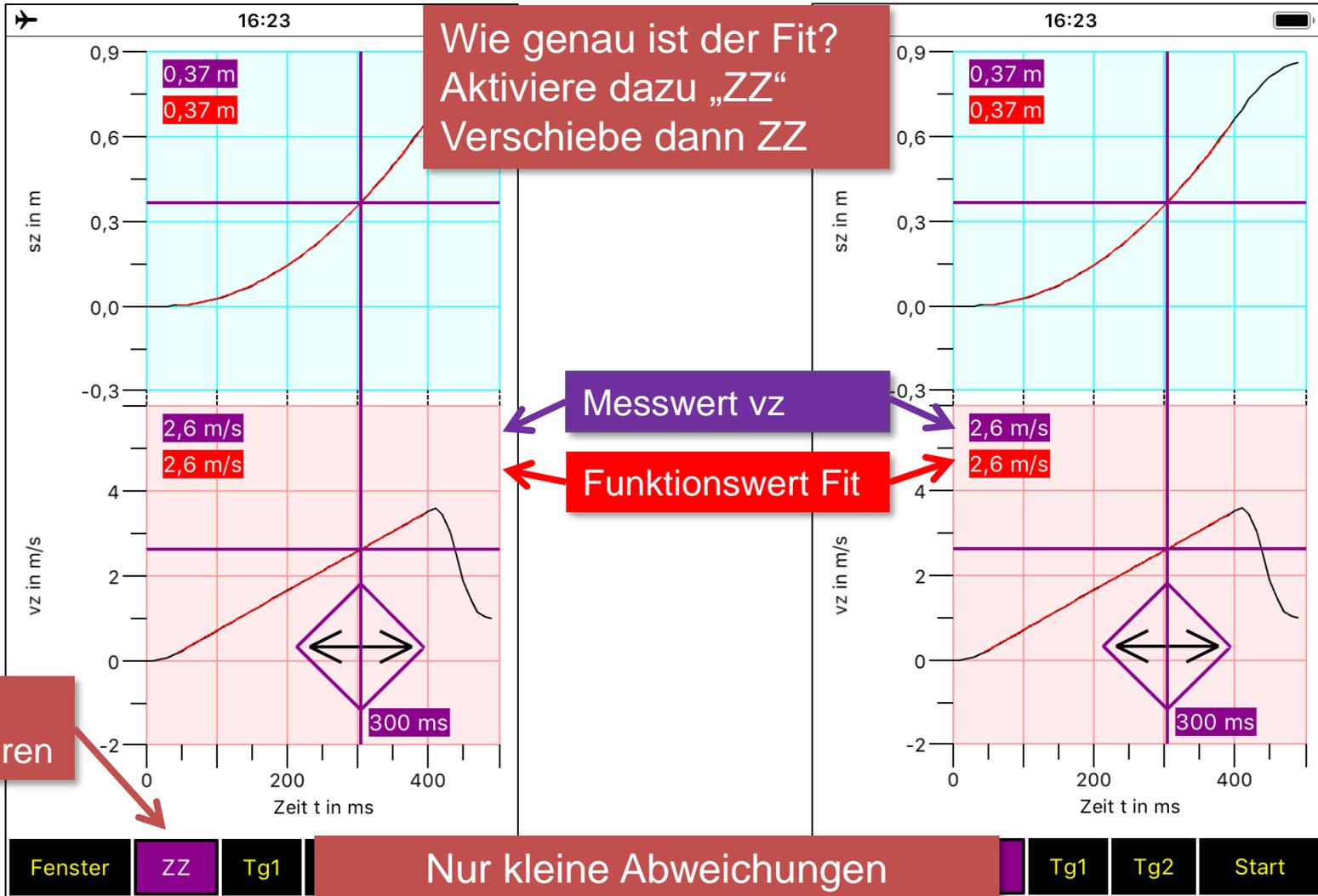
$p_z(t) = F_{z0} \cdot t + p_{z0}$
 $p_{z0} = 0,0202 \text{ kg m/s}$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.



Wie genau ist der Fit?

Ist Fall gleichmäßig beschleunigt?

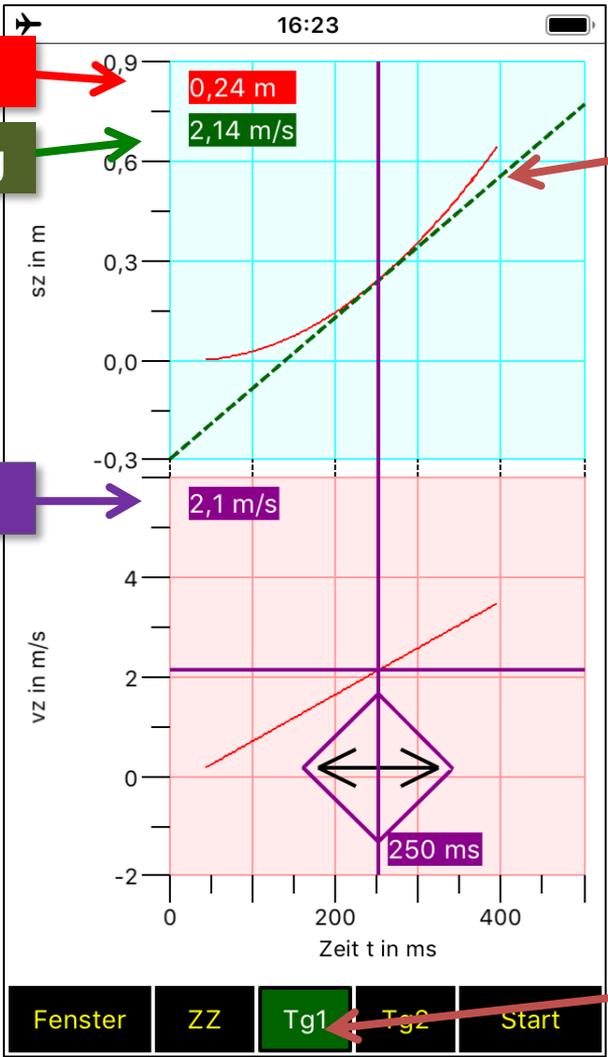


Fall eines Smartphones

Funktionswert s_z

Tangentensteigung

Funktionswert v_z

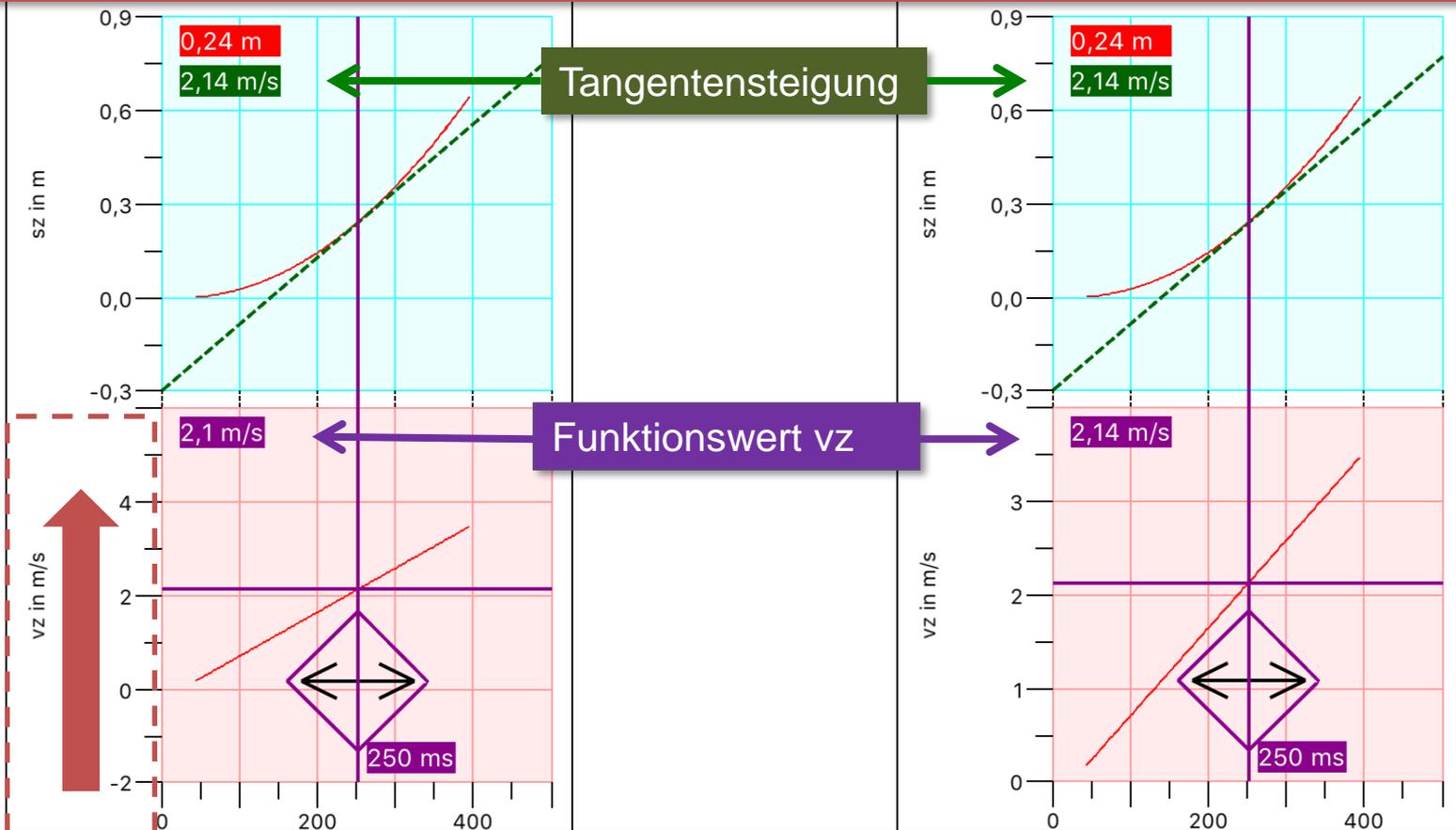


Durch Tangenteneinblendung an $s_z(t)$ kann hiermit auch allgemeine Definition der Geschwindigkeit motivieren und veranschaulichen

Tangenteneinblendung

Fall eines Smartphones

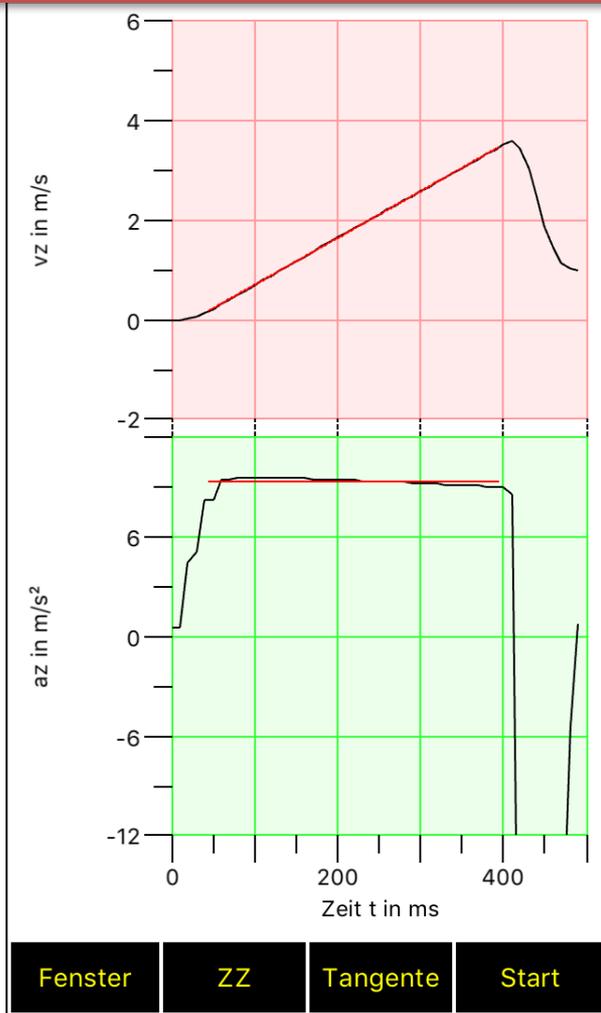
Wie kann erreichen, dass gleiche Anzahl Nachkommastellen?



Durch Zoomen der vz -Achse: Mit einem Finger im weißen Bereich der vz -Achse nach oben wischen

Fall eines Smartphones

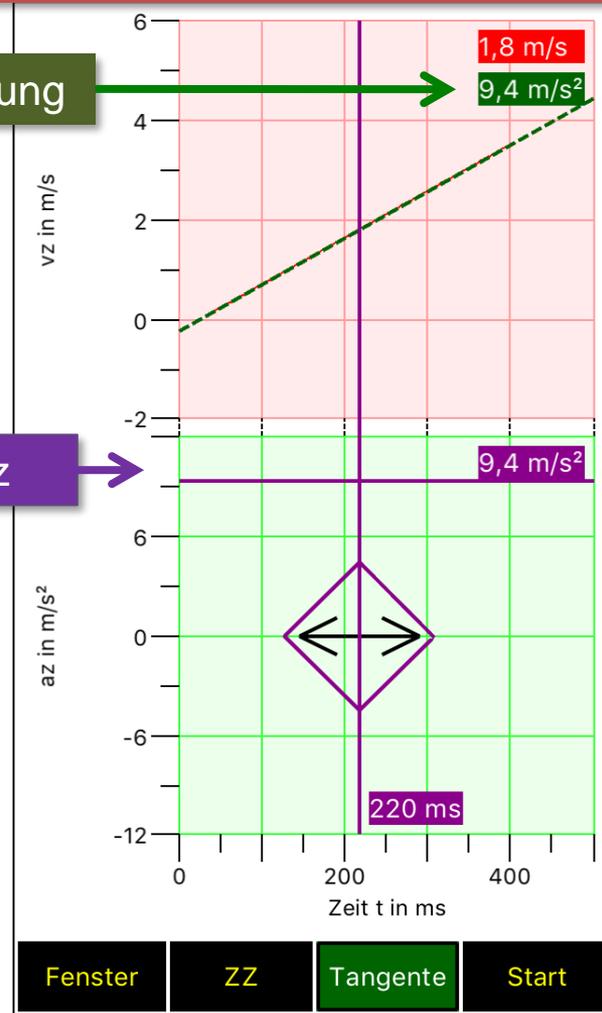
Könnte auch Definition der Beschleunigung motivieren?



Tangentensteigung

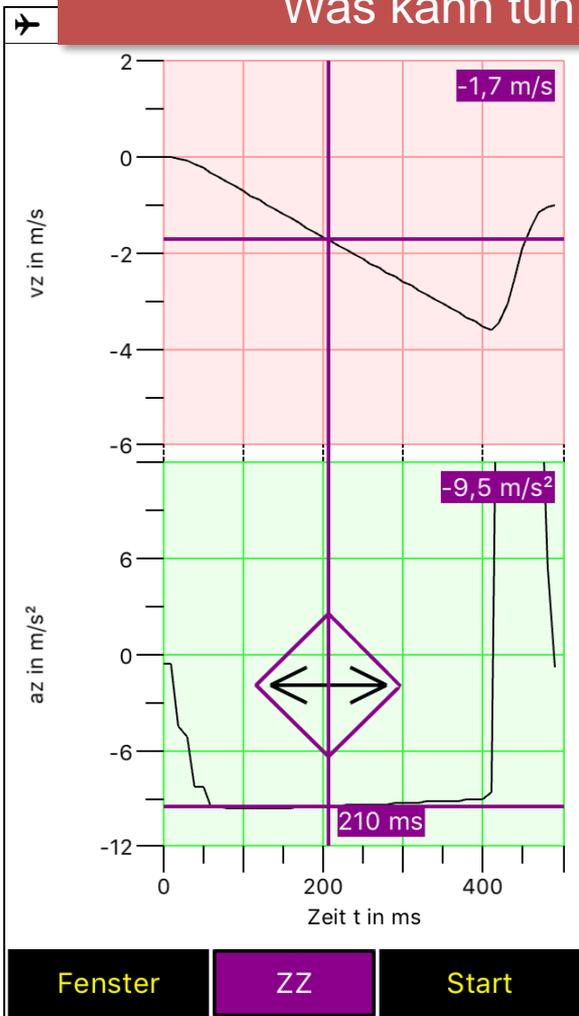
Funktionswert az

Ja!



Fall eines Smartphones

Was kann tun, wenn z-Achse nicht in Fallrichtung zeigt?

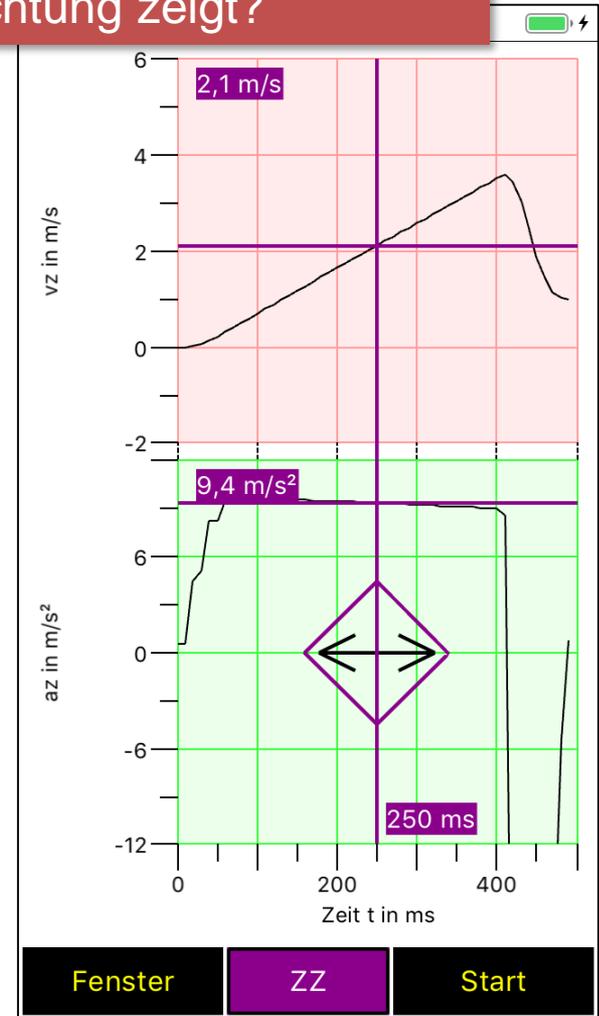


Abbrechen

Speichern

- Umkehrung x-Achse
- Umkehrung y-Achse
- Umkehrung z-Achse

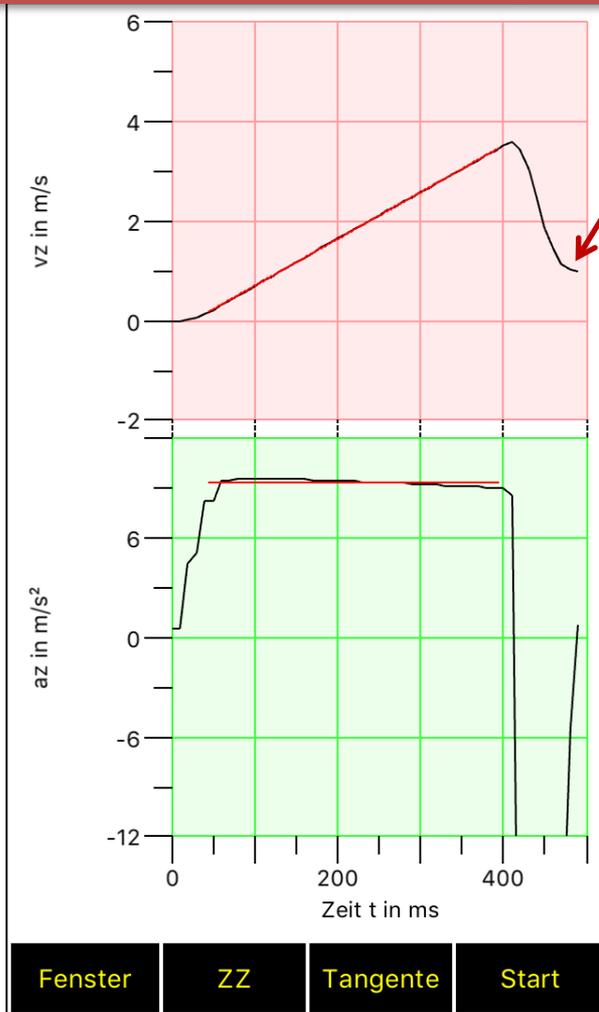
Hier können Sie die Richtungen der Achsen umgekehrt. Diese Umkehrungen sind vor und nach einer Messung möglich. Dies ist z.B. bei einem Fallexperiment nützlich: Ein waagrechtes Smartphone oder Tablet fällt auf ein weiches Kissen. Durch Aktivieren von "Umkehrung z-Achse" zeigt die z-Achse nach unten, also in Fallrichtung. Dadurch lassen sich die $az(t)$ -, $vz(t)$ - und $sz(t)$ -Graphen leichter verstehen.



Umkehrung der z-Achse löst das Problem

Fall eines Smartphones

Warum geht vz nicht auf Null zurück?



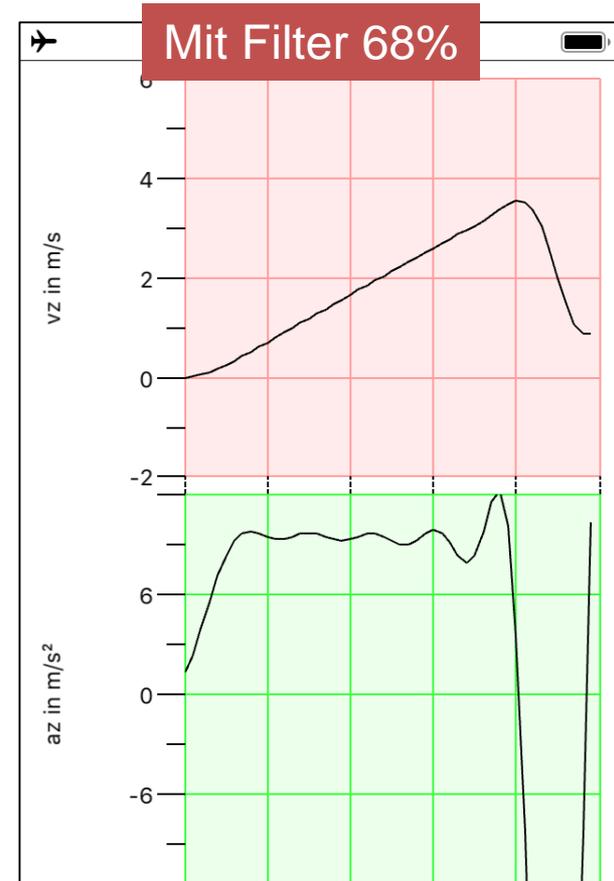
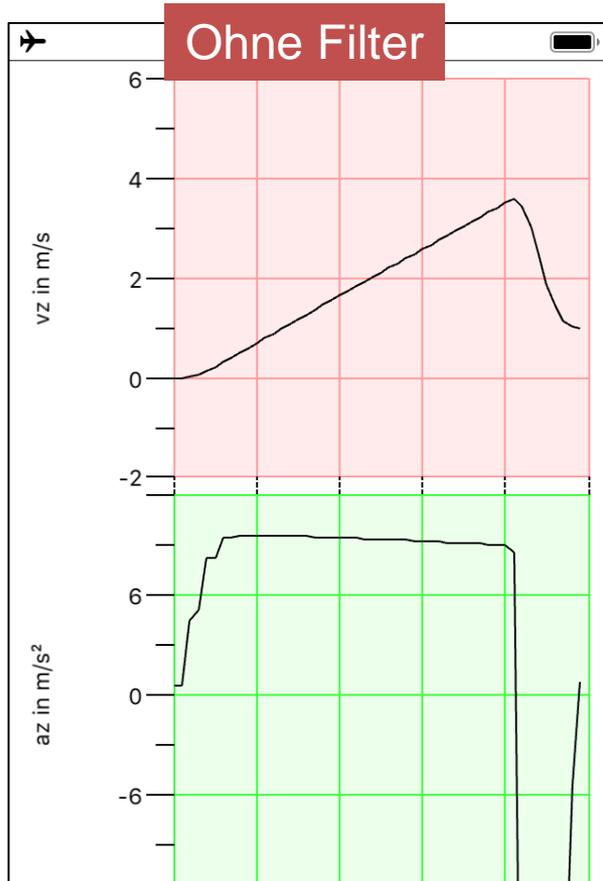
Gründe:

Smartphone liegt nach Aufprall auf dem Kissen nicht mehr waagrecht -> Die in Messung (schiefe) Ebene durchgeführt Nullung stimmt bei dieser Position nicht mehr

Weiterer Grund:

Sehr starke, kurzzeitige Beschleunigung beim Aufprall

Filtereinstellung beim Fall?



Kein Filter bei starken Beschleunigungsänderungen!
„Knick“ im $a_z(t)$ -Diagramm führt zu Überschwingungen
Filter nur wenn unbedingt notwendig → starke Vibrationen

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. **Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula**
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{zentri} \sim \omega^2$
-

Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

Aufgabe 1: Skizzieren Sie das $a(t)$ -, $s(t)$ - und $v(t)$ -Diagramm einer geradlinigen Fahrradfahrt in der Aula. Hierbei soll das Fahrrad zunächst ca. 20 m beschleunigt werden, anschließend ca. 20 m ohne Antrieb weiterrollen und schließlich bis zum Stillstand abgebremst werden.

Aufgabe 2: Überprüfen Sie die Diagramme durch ein Experiment.
Materialien: Fahrrad, Smartphone mit App MechanikZ und eine geeignete Halterung für das Smartphone

Aufgabe 3: Bestimmen Sie aus den Messdaten näherungsweise den Rollwiderstand

Fahrradfahrt in der waagerechten Aula



Smartphone:

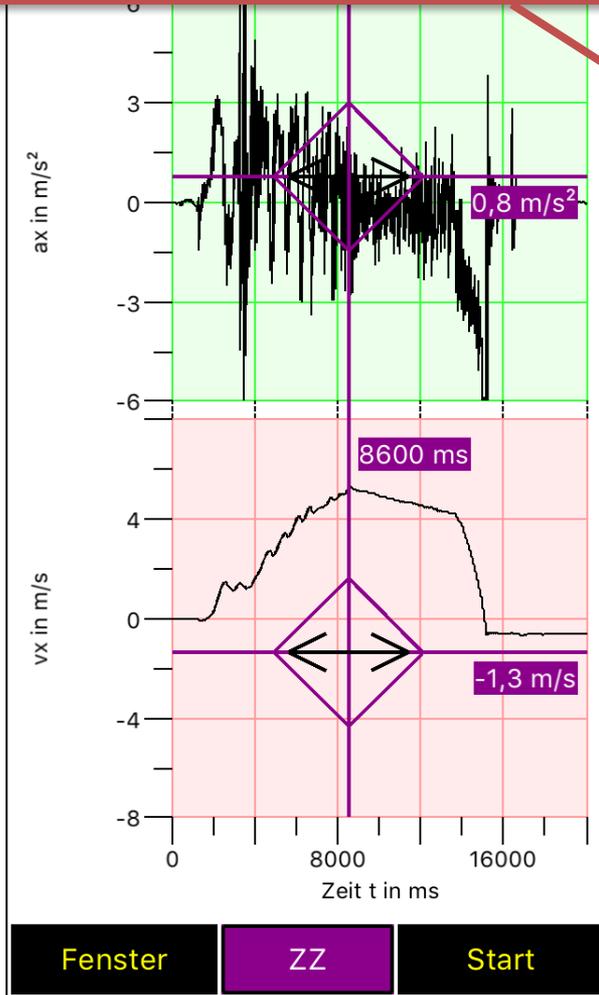
- x-Achse in Fahrtrichtung
- gepolstert (z.B. Moosgummi)



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

Linearer Fit an $v_x(t)$ im Bereich des Ausrollens



Abbrechen OK

Fit für:

Fit-Term:

Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen

Zeit ZZ: 310,9 ms

Start Fit: **<- ZZ**

Ende Fit: **<- ZZ**

Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

13:12

Senden OK

Ergebnis Fit:

$v_x(t) = a_x \cdot t + v_{x0}$
 $a_x = -0,204 \text{ m/s}^2$
 $v_{x0} = 5,27 \text{ m/s}$

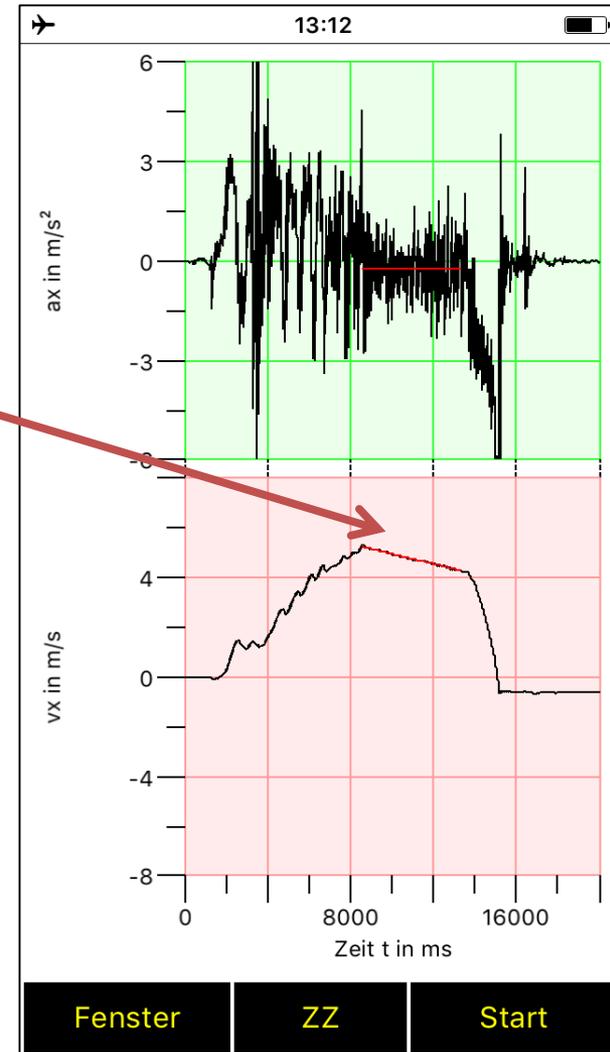
$s_x(t) = 0,5 \cdot a_x \cdot t^2 + v_{x0} \cdot t + s_{x0}$
 $s_{x0} = 19,7 \text{ m}$

$a_x(t) = a_x$

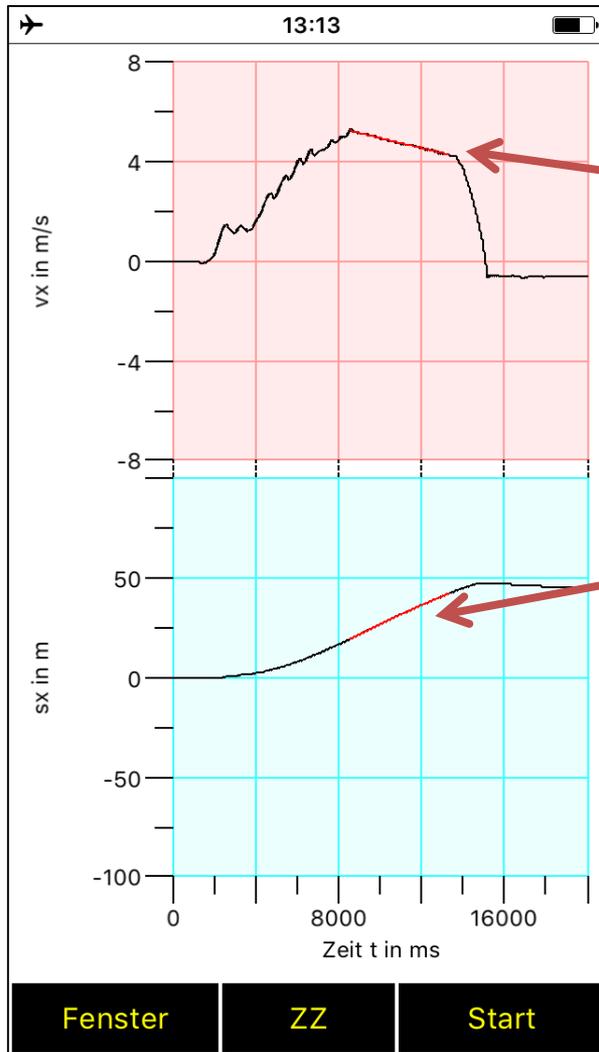
$F_x(t) = F_x$
 $F_x = -0,0229 \text{ N}$

$p_x(t) = F_x \cdot t + p_{x0}$
 $p_{x0} = 0,590 \text{ kg m/s}$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.



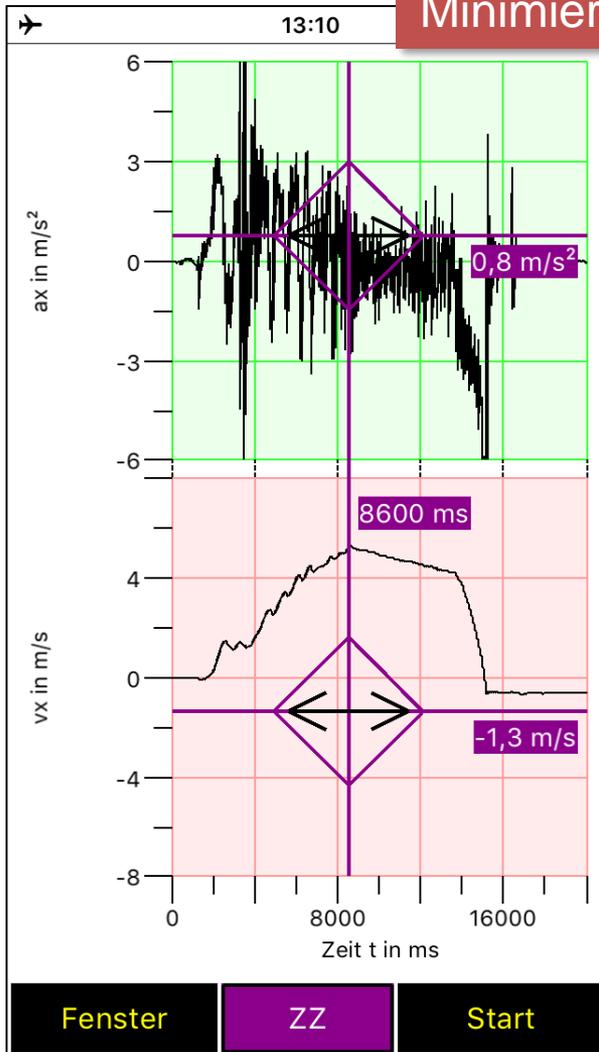
Fahrradfahrt in der waagerechten Aula



Die lineare Fitfunktion, die an die Werte von v_x angepasst wurde, wird von der App automatisch integriert und im $s_x(t)$ -Schaubild ausgegeben. Zusätzlich wird die lineare Fitfunktion differenziert und im $a_x(t)$ -Schaubild ausgegeben.

Fahrradfahrt in der Aula: Filter?

Minimierung der Vibrationen in $ax(t)$



Filtereinstellungen:

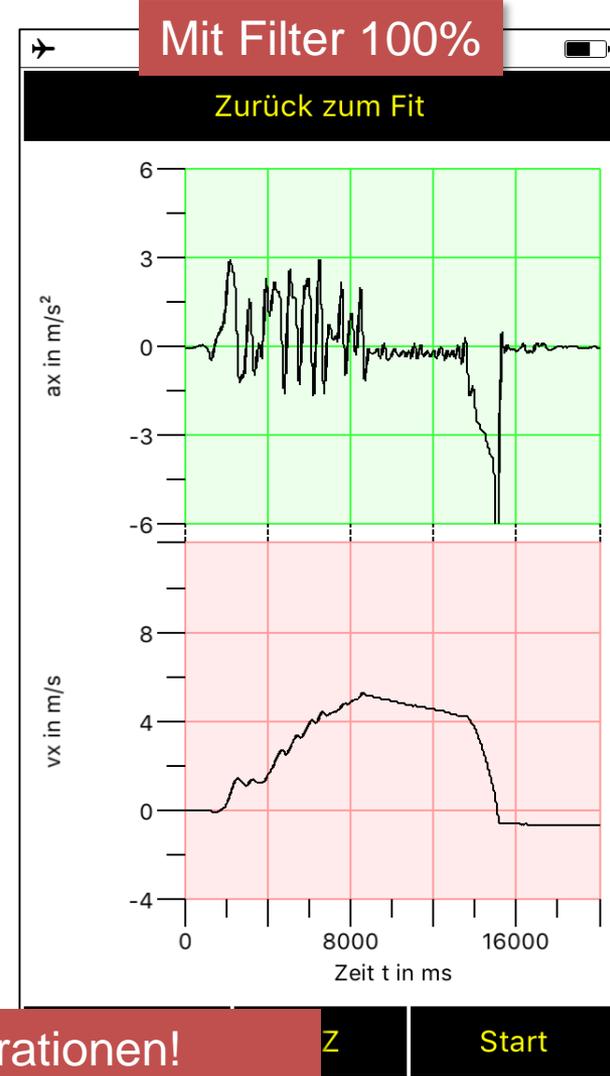
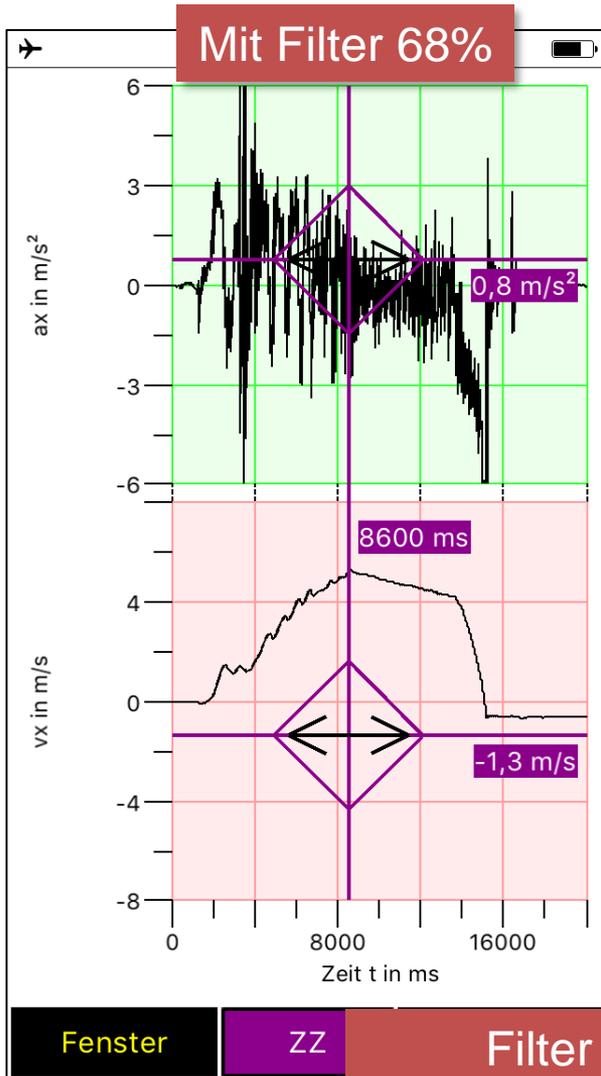
OK

Tiefpassfilter aktiv

schwach 100,0% stark

Der Filter kann auch nach der Messung verändert bzw. aktiviert oder deaktiviert werden. Dies ist möglich, da die App die ungefilterten Messwerte und die gefilterten Messwerte speichert. Jedes Mal beim Betätigen des OK-Buttons (siehe oben rechts) werden die ungefilterten Messwerte herangezogen und diese mit den neuen Einstellungen gefiltert und ausgegeben. Damit können die Filtereinstellungen nach der Messung solange verändert werden, bis die optimalen Resultate vorliegen. Dieser Filter ist ein Tiefpassfilter, d.h. es werden alle Frequenzen oberhalb einer Grenzfrequenz herausgefiltert. Die Frequenzen unterhalb dieser Grenzfrequenz werden nicht beeinflusst. Diese Grenzfrequenz kann mit dem obigen Schieber eingestellt werden. "schwach" bedeutet hierbei eine hohe Grenzfrequenz,

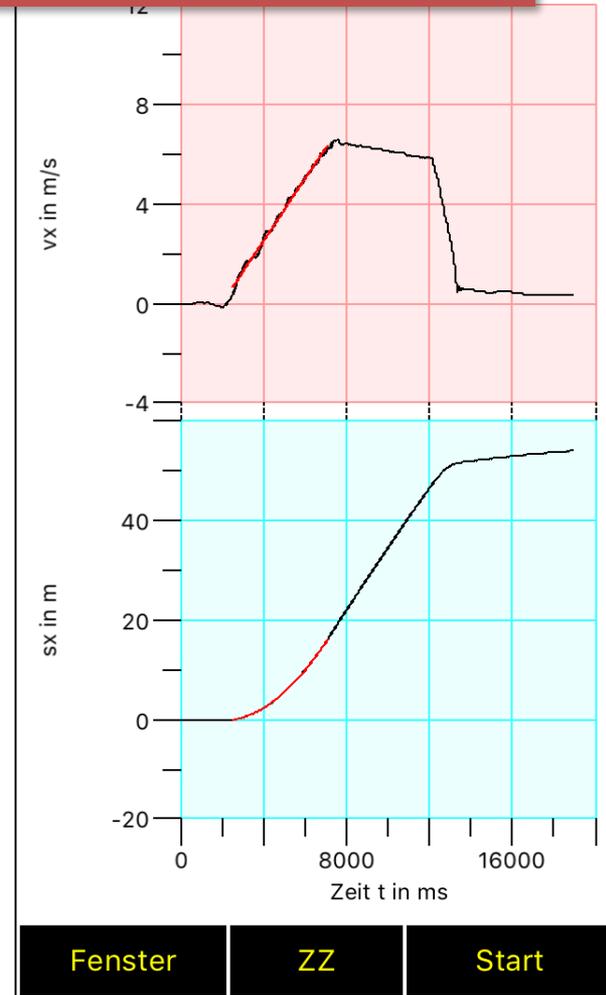
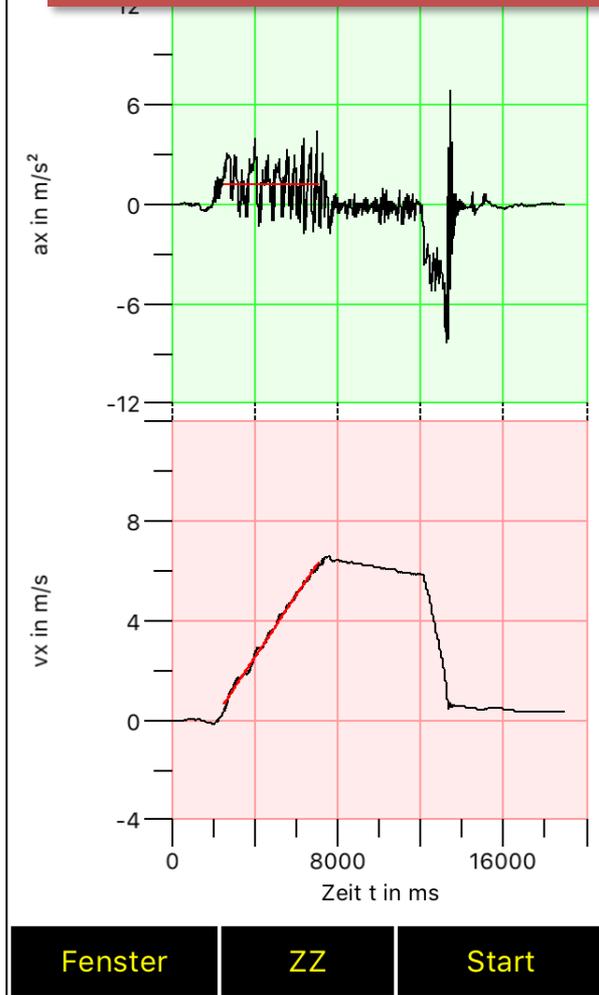
Fahrradfahrt in der Aula: Filter?



Filter nützlich bei Vibrationen!

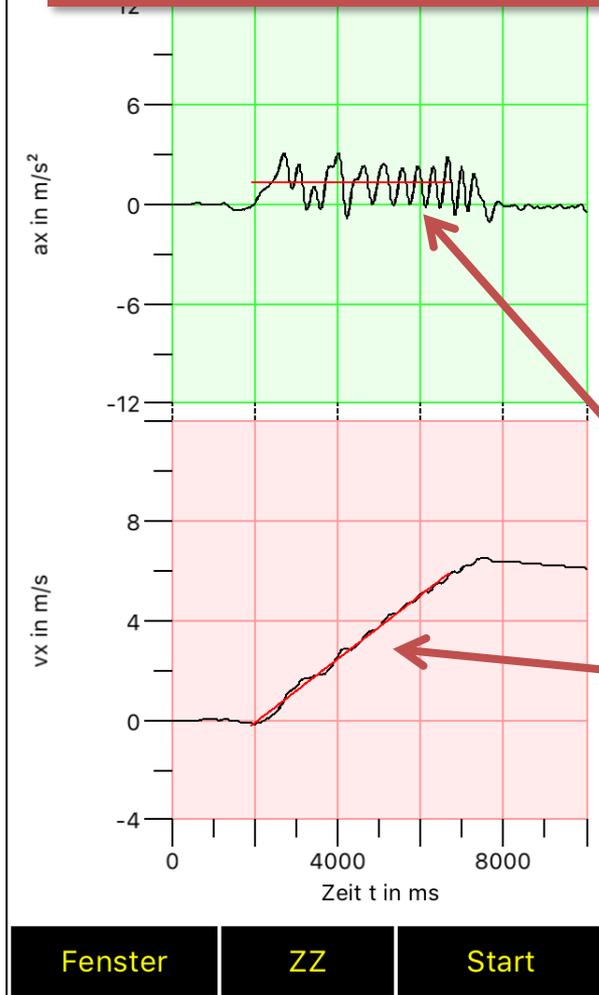
Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

Fit an den Anfangsbeschleunigungsbereich: Linearer Fit an $v_x(t)$



Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

Fit an den Anfangsbeschleunigungsbereich: Linearer Fit an $v_x(t)$



Senden

OK

Ergebnis Fit:

$$\begin{aligned}v_x(t) &= a_{x0} \cdot t + v_{x0} \\ a_{x0} &= 1,25 \text{ m/s}^2 \\ v_{x0} &= 0,624 \text{ m/s}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_x(t) &= 0,5 \cdot a_{x0} \cdot t^2 + v_{x0} \cdot t + s_{x0} \\ s_{x0} &= -0,00791 \text{ m}\end{aligned}$$

$$a_x(t) = a_{x0}$$

$$\begin{aligned}F_x(t) &= F_{x0} \\ F_{x0} &= 100 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_x(t) &= F_{x0} \cdot t + p_{x0} \\ p_{x0} &= 50,0 \text{ kg m/s}\end{aligned}$$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Glm. Beschleunigung nur sehr ungenau erfüllt. Hier ist noch ein sinusähnlicher Effekt überlagert

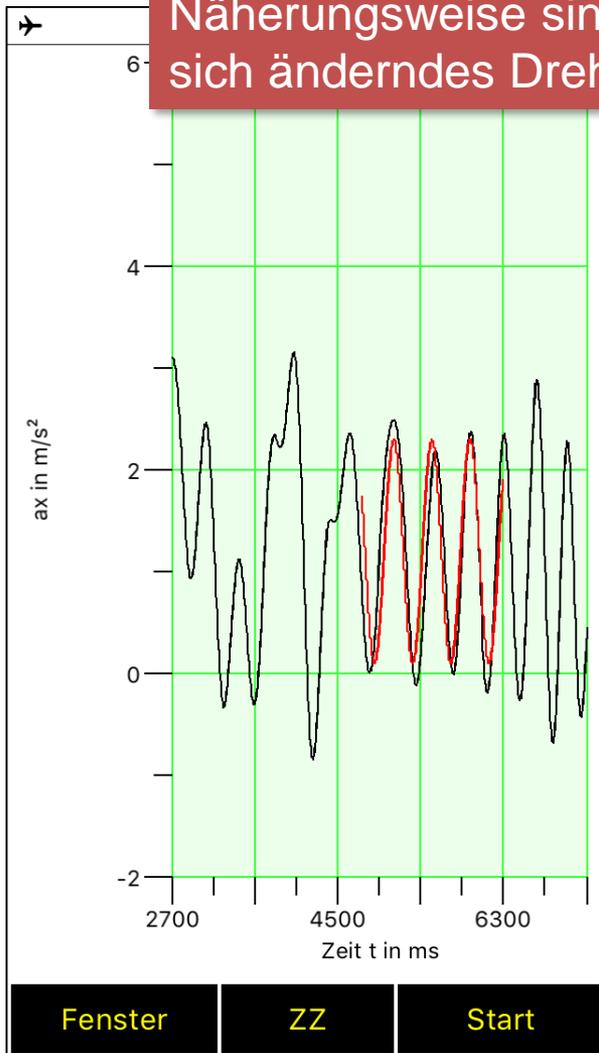
Fenster

ZZ

Start

Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

Näherungsweise sinusförmige Beschleunigung durch sich änderndes Drehmoment beim Treten



OK

Ergebnis Fit:

$$ax(t) = ax_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + b_0$$

$ax_0 = 1,11 \text{ m/s}^2$
 $f = 2,42 \text{ Hz}$
 $\phi = 2,63 \text{ rad}$
 $b_0 = 1,21 \text{ m/s}^2$

$$vx(t) = -ax_0 / (2\pi \cdot f) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + b_0 \cdot t + vx_0$$

$vx_0 = 3,53 \text{ m/s}$

$$sx(t) = -ax_0 / (2\pi \cdot f)^2 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + b_0 / 2 \cdot t^2 + vx_0 \cdot t + sx_0$$

$sx_0 = 4,61 \text{ m}$

$$Fx(t) = Fx_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + d_0$$

$Fx_0 = 88,5 \text{ N}$
 $d_0 = 96,7 \text{ N}$

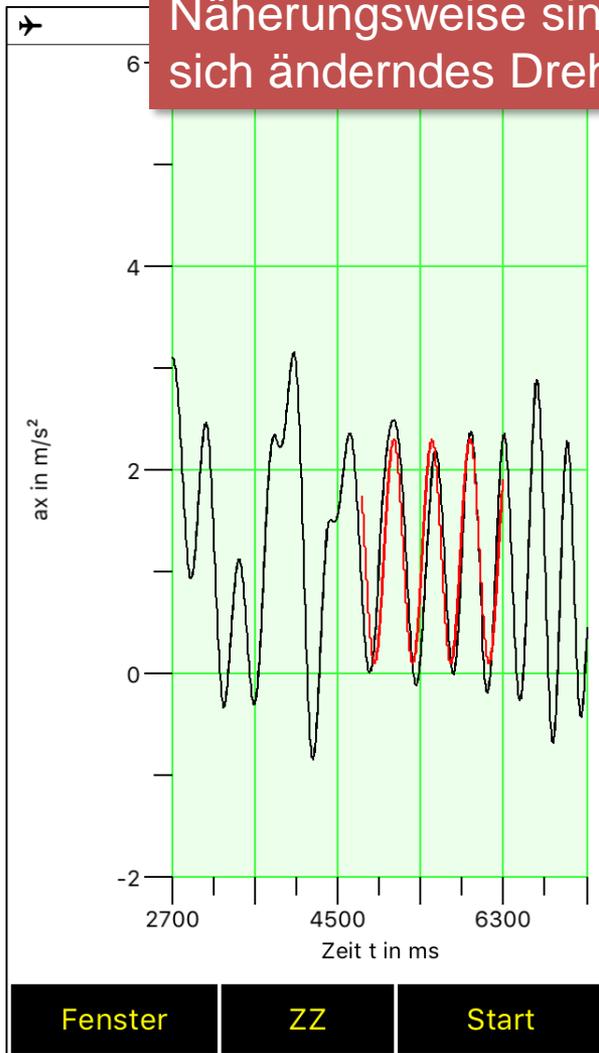
$$px(t) = -Fx_0 / (2\pi \cdot f) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + d_0 \cdot t + px_0$$

$px_0 = 282 \text{ kg m/s}$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Fahrradfahrt in der waagerechten Aula

Näherungsweise sinusförmige Beschleunigung durch sich änderndes Drehmoment beim Treten



Ergebnis Fit:

$$ax(t) = ax_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + b_0$$

$ax_0 = 1,11 \text{ m/s}^2$
 $f = 2,42 \text{ Hz}$
 $\phi = 2,63 \text{ rad}$
 $b_0 = 1,21 \text{ m/s}^2$

$$vx(t) = -ax_0 / (2\pi \cdot f) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + b_0 \cdot t + vx_0$$

$vx_0 = 3,53 \text{ m/s}$

$$sx(t) = -ax_0 / (2\pi \cdot f)^2 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + b_0 / 2 \cdot t^2 + vx_0 \cdot t + sx_0$$

$sx_0 = 4,61 \text{ m}$

$$Fx(t) = Fx_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + d_0$$

Tretfrequenz = $f/2 = 1,21 \text{ Hz}$

$$px(t) = -Fx_0 / (2\pi \cdot f) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \phi) + d_0 \cdot t + px_0$$

$px_0 = 282 \text{ kg m/s}$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 - 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula**
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

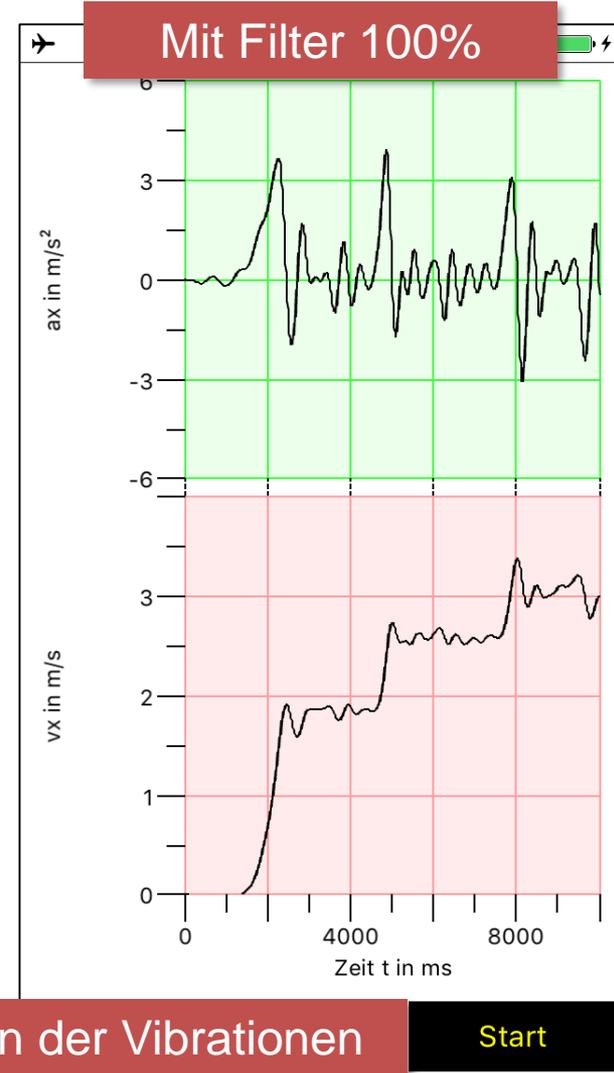
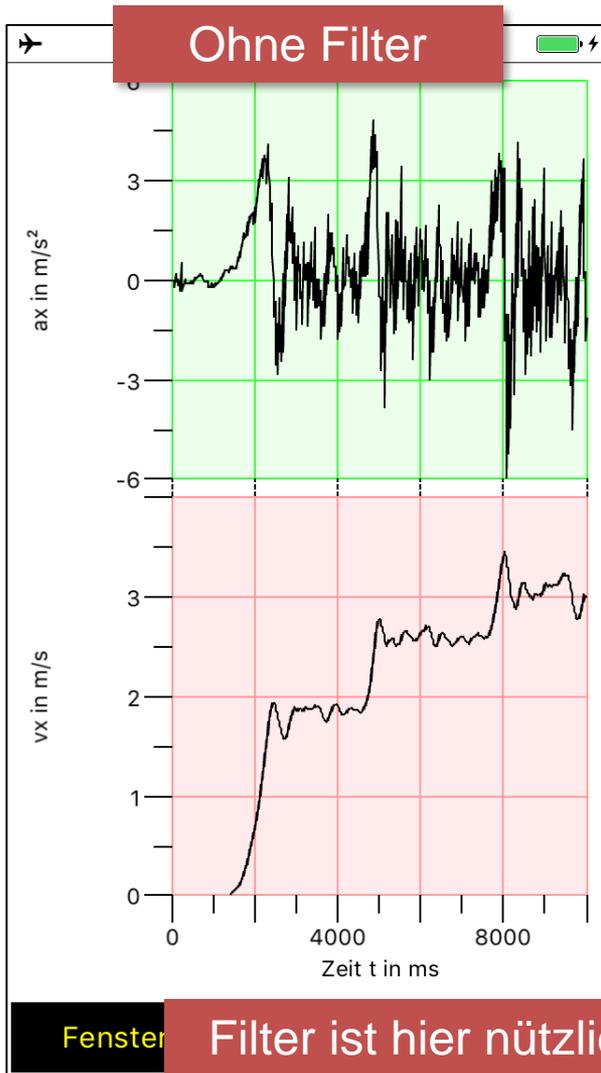
Rollerfahrt in der waagerechten Aula

Aufgabe 1: Skizzieren Sie das $a(t)$ - und $v(t)$ -Diagramm einer geradlinigen Rollerfahrt in der Aula. Hierbei soll der Roller nach jeweils 5 m – 10 m kräftig angestoßen werden. Insgesamt soll der Roller 3-mal kräftig angestoßen werden

Aufgabe 2: Überprüfen Sie die Diagramme durch ein Experiment. Materialien: Roller, Smartphone mit App MechanikZ und eine geeignete Halterung für das Smartphone



Rollerfahrt in der waagerechten Aula

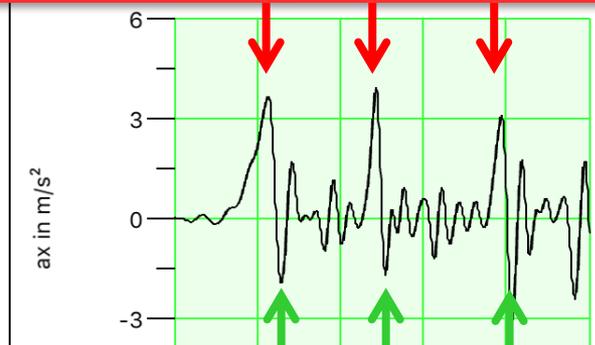


Filter ist hier nützlich zur Reduktion der Vibrationen

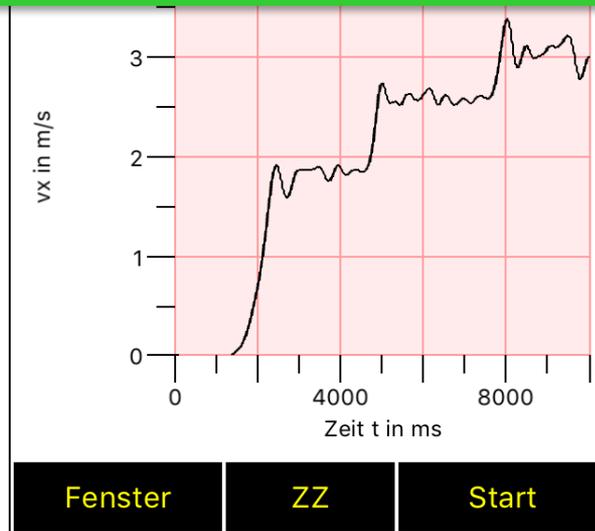
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Rollerfahrt in der waagerechten Aula

Positive Beschleunigung: beim Anschieben



Negative Beschleunigung: Wenn Bein nach dem Anschieben wieder nach vorne bewegt wird



Fenster

ZZ

Start

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. **Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos**
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Ferngesteuertes Spielzeugauto

Aufgabe 1: Skizzieren Sie das $a(t)$ -, $s(t)$ - und $v(t)$ -Diagramm einer geradlinigen Fahrt mit einem ferngesteuerten Spielzeugauto in der Aula. Das Spielzeugauto soll hierbei mit maximaler Leistung bis zur Höchstgeschwindigkeit beschleunigt werden. Anschließend soll es ausrollen.

Aufgabe 2: Überprüfen Sie die Diagramme durch ein Experiment. Materialien: Ferngesteuertes Spielzeugauto, Smartphone mit App MechanikZ und eine geeignete Halterung für das Smartphone.

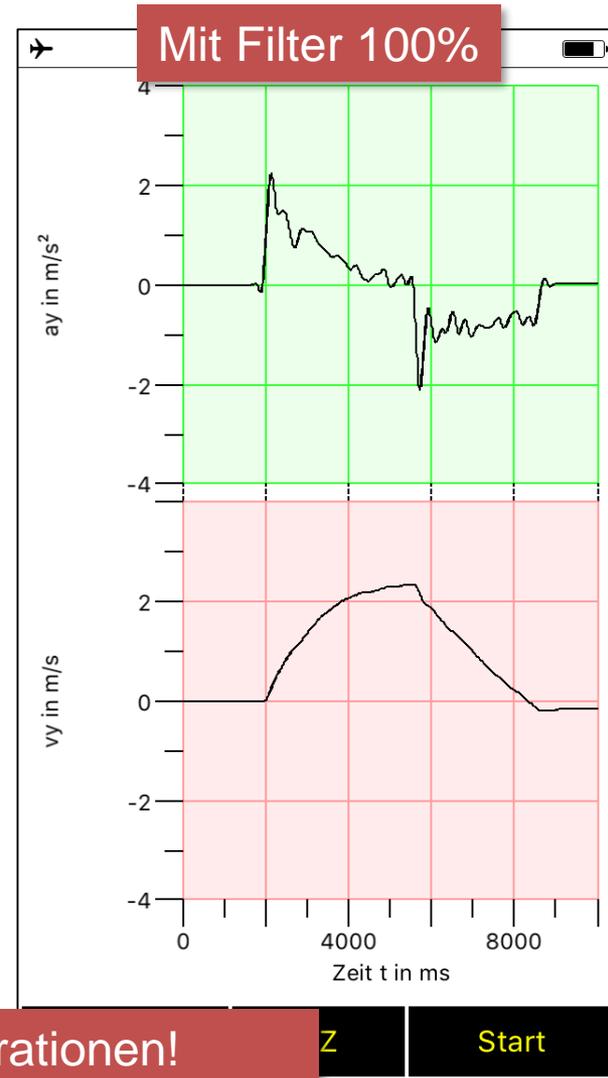
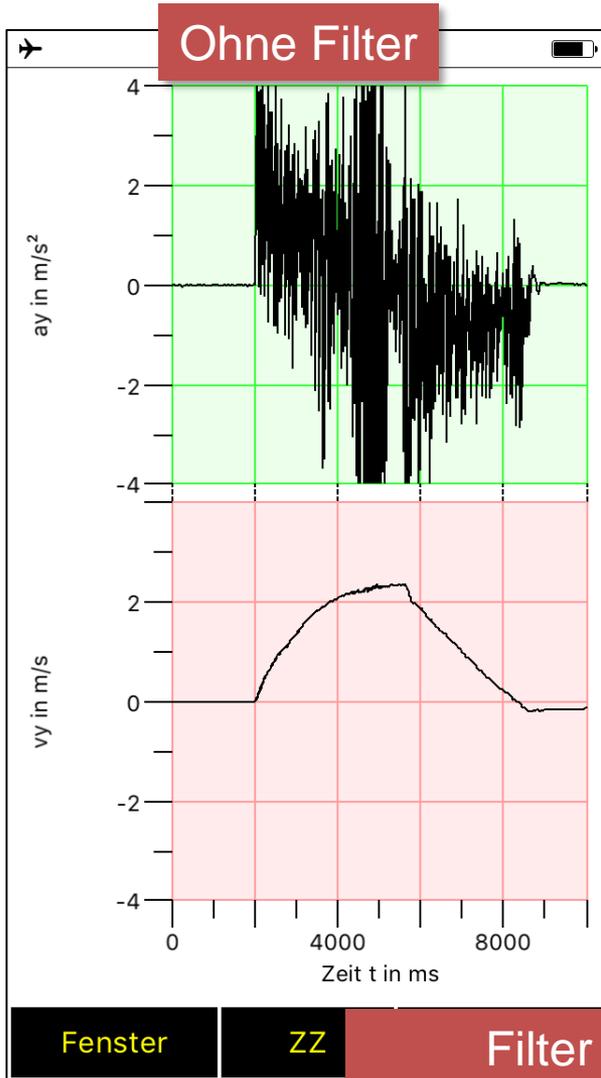
Aufgabe 3: In welche Richtung zeigt der Beschleunigungsvektor bei einer Kurvenfahrt? Stellen Sie eine Hypothese auf und überprüfen Sie diese. Zusätzlich zu den Materialien von Aufgabe 2 steht ein Beamer bereit.

Ferngesteuertes Spielzeugauto



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Ferngesteuertes Spielzeugauto



Filter nützlich bei Vibrationen!

Ferngesteuertes Spielzeugauto

Fit an den Beschleunigungsbereich: Linearer Fit an $ay(t)$

Abbrechen **OK**

Fit für:

Fit-Term:

Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen

Zeit ZZ: 1334,8 ms

Start Fit: **<-- ZZ**

Ende Fit: **<-- ZZ**

Anfangswerte für Daten:

Setze $v_y(\text{Startzeit Fit}) = 0$

Senden **OK**

Ergebnis Fit:

$ay(t)=b1*t+ay0$
 $b1=-0,495 \text{ m/s}^3$
 $ay0=1,40 \text{ m/s}^2$

$vy(t)=0.5*b1*t^2+ay0*t+vy0$
 $vy0=0,370 \text{ m/s}$

$sy(t)=b1/6*t^3+ay0/2*t^2+vy0*t+sy0$
 $sy0=0,0708 \text{ m}$

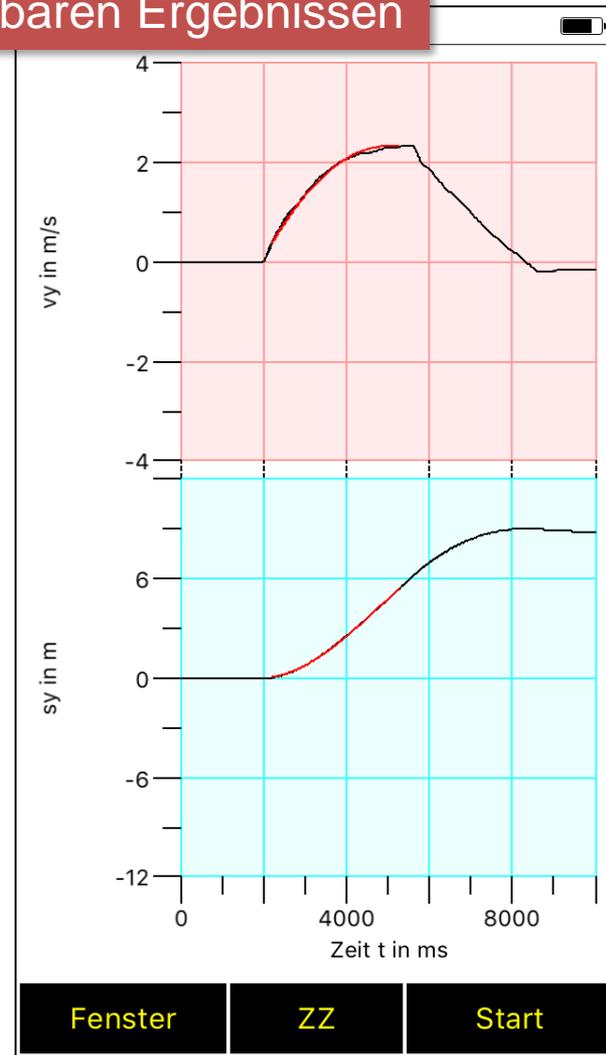
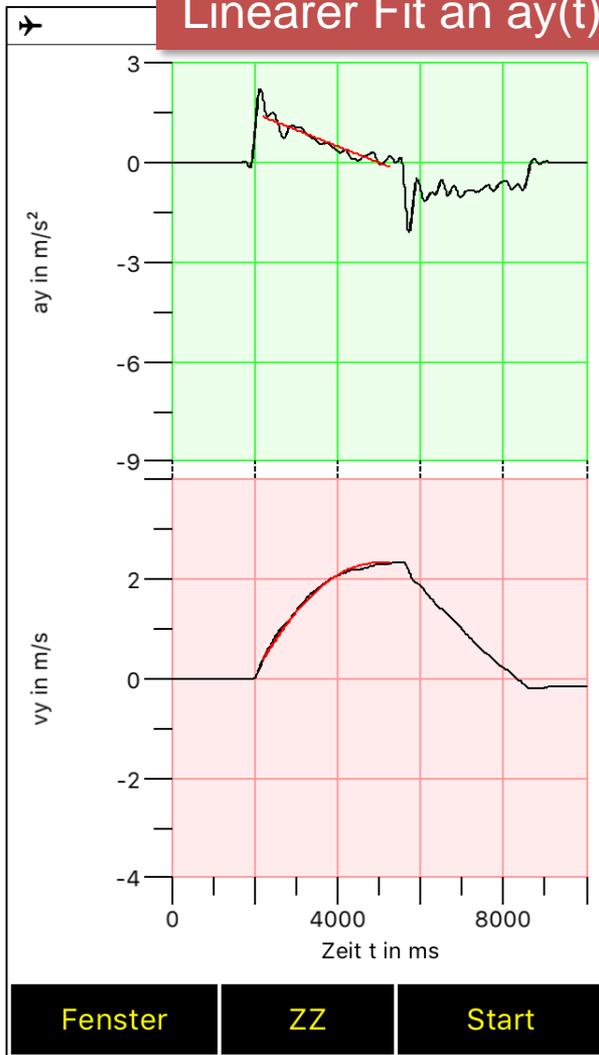
$Fy(t)=d1*t+Fy0$
 $d1=-0,0554 \text{ N/s}$
 $Fy0=0,157 \text{ N}$

$py(t)=0.5*d1*t^2+Fy0*t+py0$
 $py0=0,0414 \text{ kg m/s}$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

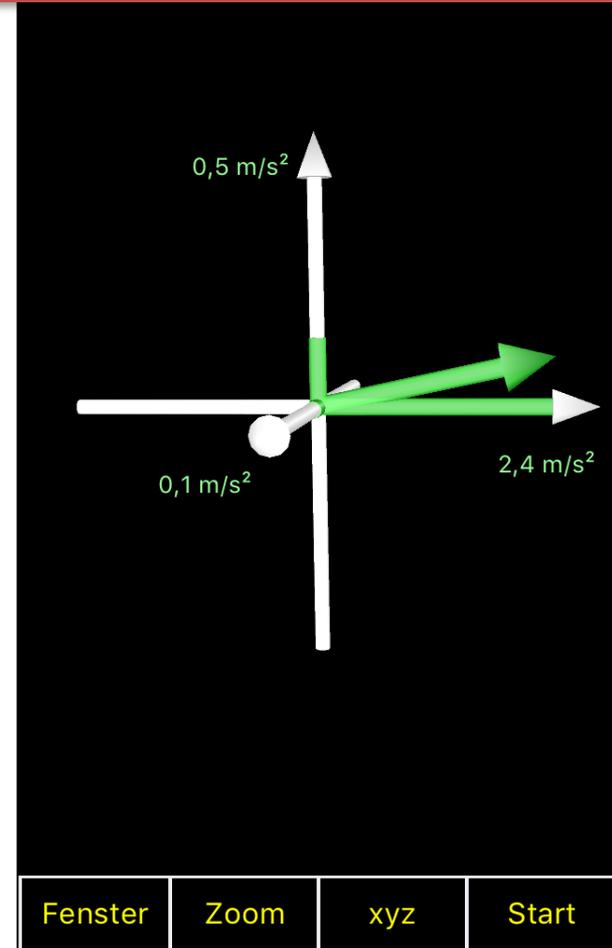
Ferngesteuertes Spielzeugauto

Linearer Fit an $a_y(t)$ führt zu brauchbaren Ergebnissen



Ferngesteuertes Spielzeugauto

Echtzeitbetrachtung mit Beamer:
Beschleunigungs- oder Kraftvektor bei Kurvenfahrt

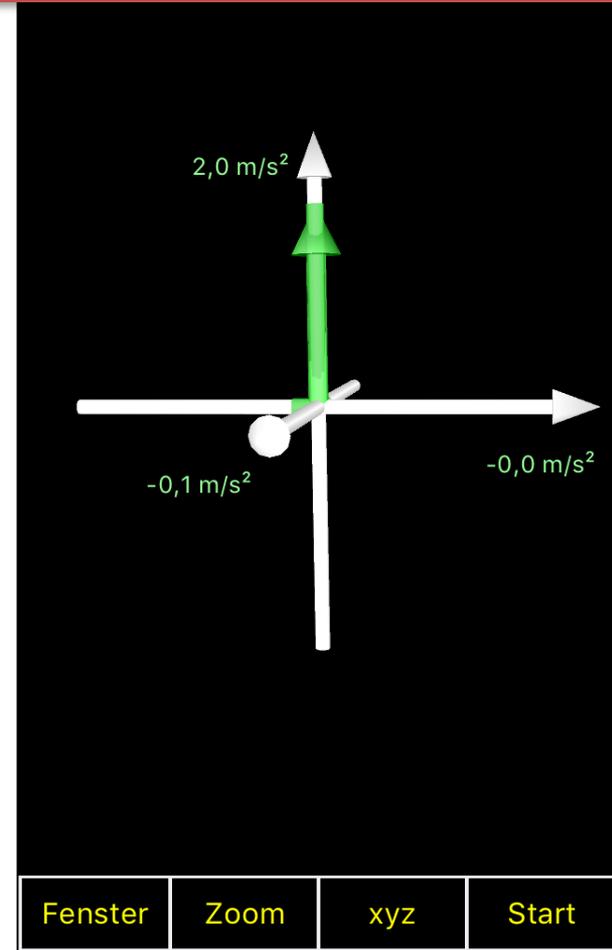
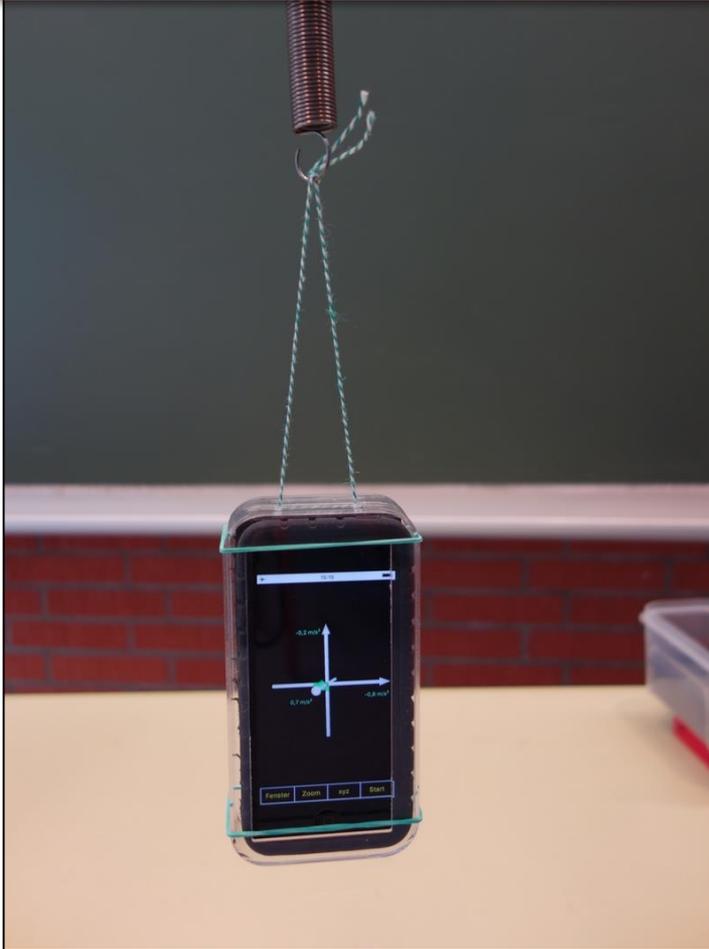


Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. **Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung**
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Vertikales Federpendel

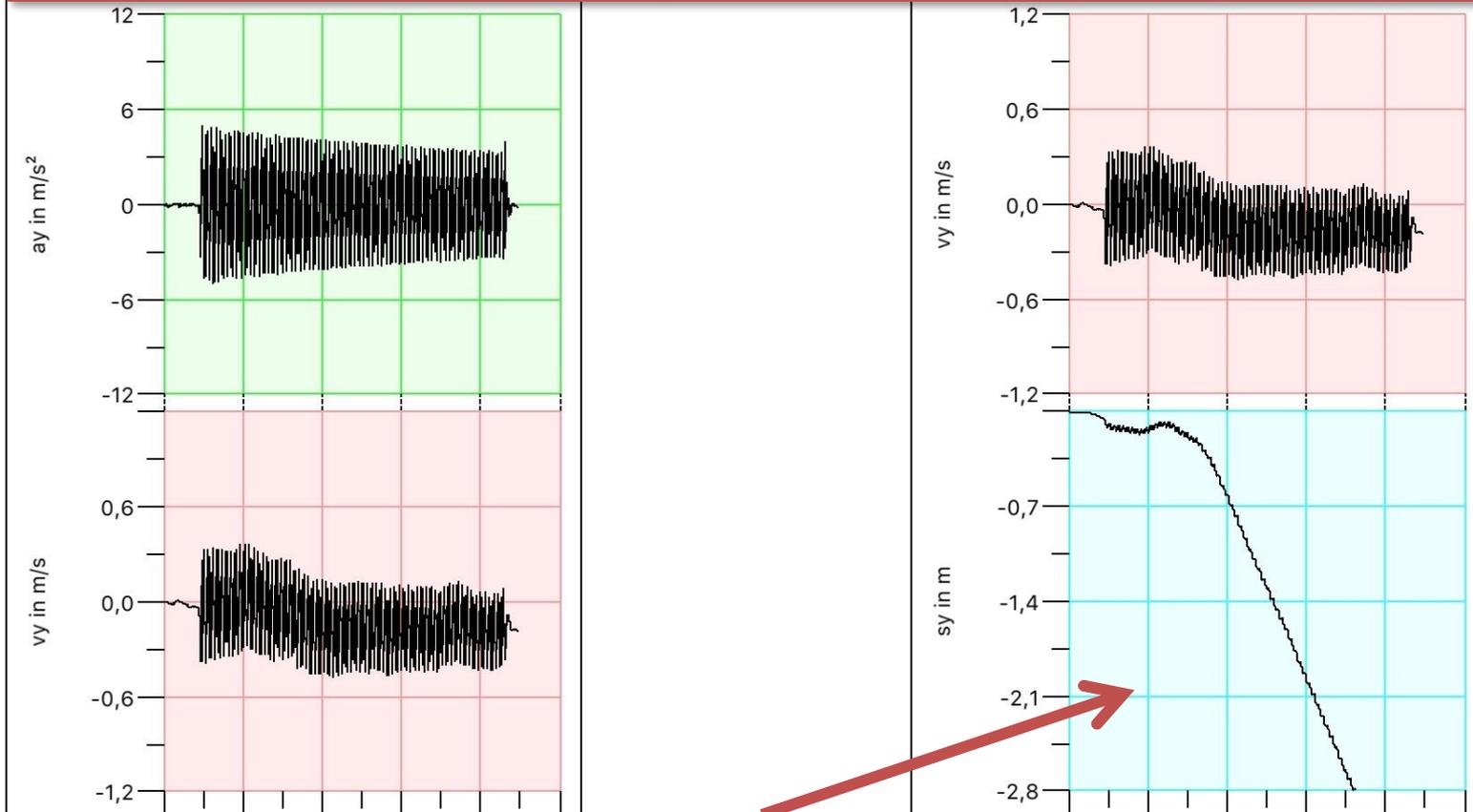
Echtzeitbetrachtung direkt oder mit Beamer:
Beschleunigungs- oder Kraftvektor bei Schwingung



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Vertikales Federpendel

Auswertung nach der Messung

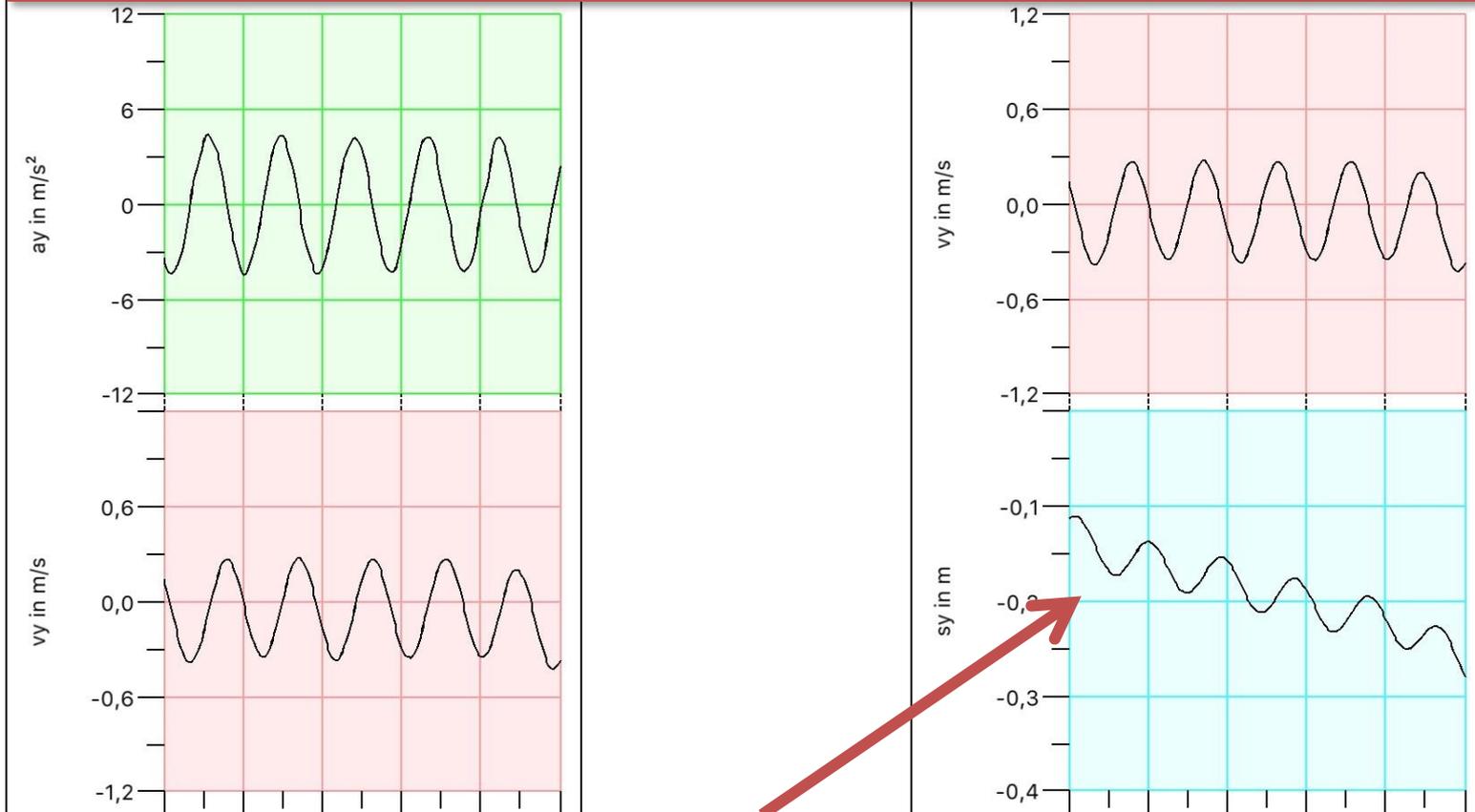


Sehr große Abweichung von der Sinusform, da Standardstartwerte $v_y(0)=0$ und $s_y(0)=0$ nicht zu einer harmonischen Schwingung passen und tieffrequente Messfehler durch Integration verstärkt werden.

Falls „Schwingungsoptimierung“ nicht aktiv

Vertikales Federpendel

Nach Zoom



Sehr große Abweichung von der Sinusform, da Standardstartwerte $v_y(0)=0$ und $s_y(0)=0$ nicht zu einer harmonischen Schwingung passen und tieffrequente Messfehler durch Integration verstärkt werden.

Falls „Schwingungsoptimierung“ nicht aktiv

Vertikales Federpendel

Schwingungsoptimierung aktivieren für optimale Ergebnisse
„Start“ → „Schwingungsoptimierung“

Messung (schiefe) Ebene a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		<input checked="" type="checkbox"/> Schwingungsoptimierung aktiv
Messung (beinahe) ohne Gravitation a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		Falls das Häkchen "Schwingungsoptimierung aktiv" gesetzt wird, werden die Anfangswerte $v_x(\text{Startzeit})$, $v_y(\text{Startzeit})$, $v_z(\text{Startzeit})$ und $s_x(\text{Startzeit})$, $s_y(\text{Startzeit})$, $s_z(\text{Startzeit})$ so gewählt, dass sie optimal zu einer harmonischen Schwingung in dem ausgewählten Zeitbereich passen. Dieser Zeitbereich wird von der App selbst bestimmt. Die passende Wahl der Anfangswerte ist möglich, da die Werte für $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ und $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$ durch einfache bzw. zweifache numerische Integration aus den Messwerten für $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ gewonnen werden und hierbei die Integrationskonstanten geeignet gewählt werden können. Zudem werden der $a_x(t)$ -, $a_y(t)$ - und $a_z(t)$ -Graph entlang der y-Achse verschoben, bis die für harmonische Schwingungen notwendige Gleichung $b_0 = 0$ gilt. Darüber hinaus wird ein passender Hochpassfilter verwendet.
Hinweise: Messoptionen		
AUSWERTUNG:		
Schwingungsoptimierung vor oder nach der Messung		
Filter vor oder nach der Messung		
Anfangswerte nach der Messung		
Fit: Funktionsterm		

Option „Schwingungsoptimierung“ liefert geeignete Anfangswerte und Reduktion des Integrationsfehlers durch geeigneten Hochpassfilter

Schwingungsoptimierung aktiv

Vertikales Federpendel

Durchführung Sinusfit

Abbrechen

OK

Fit für:

Fit-Term:

Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen

Zeit ZZ: 310,9 ms

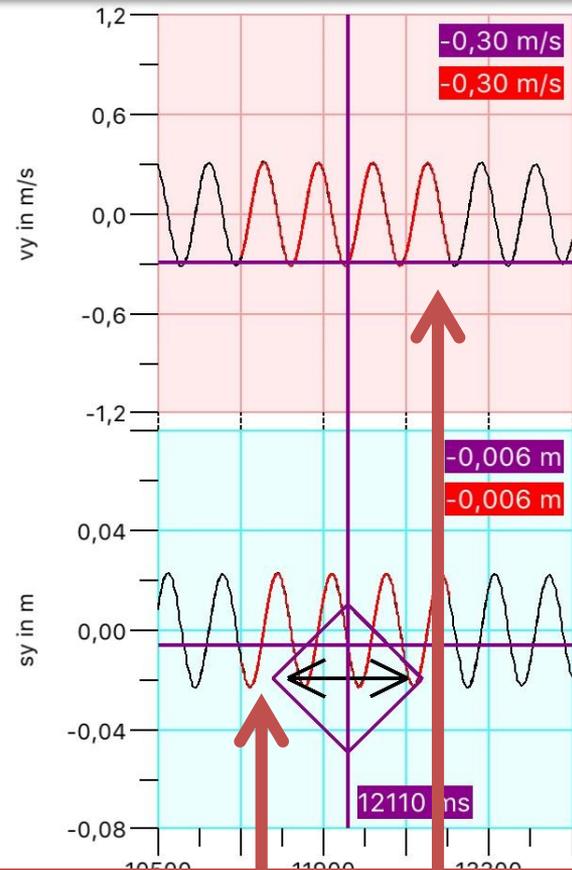
Start Fit:

<- ZZ

Ende Fit:

<- ZZ

Ergebnis Sinusfit



Sehr geringe Abweichung von Sinusform durch Option
„Schwingungsoptimierung“

Schwingungsoptimierung aktiv

Vertikales Federpendel

Ergebnis Sinusfit mit Option „Schwingungsoptimierung“

Senden

OK

Ergebnis Fit:

$$a_y(t) = a_{y0} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$a_{y0} = 4,26 \text{ m/s}^2$$

$$f = 2,17 \text{ Hz}$$

$$\phi = 0,583 \text{ rad}$$

$$v_y(t) = -a_{y0} / (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$s_y(t) = -a_{y0} / (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

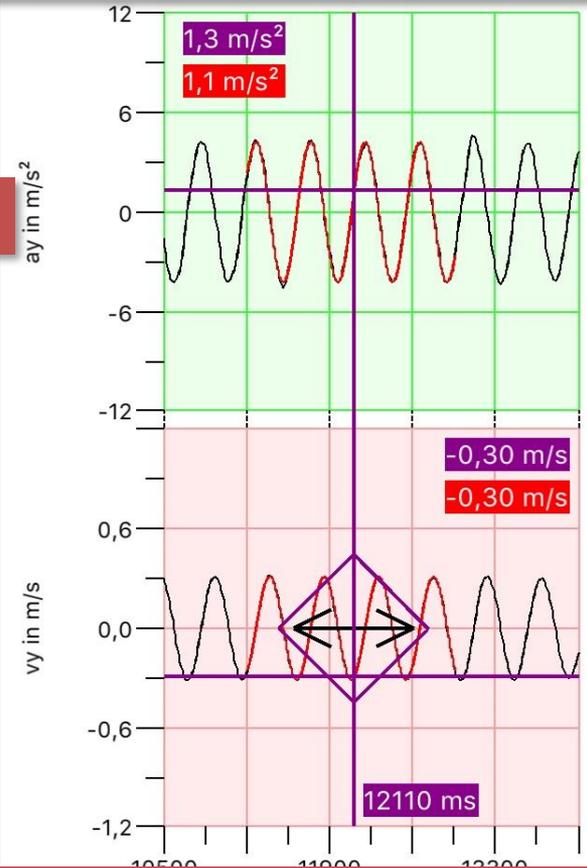
$$F_y(t) = F_{y0} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$F_{y0} = 0,477 \text{ N}$$

$$p_y(t) = -F_{y0} / (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Genaue Frequenz

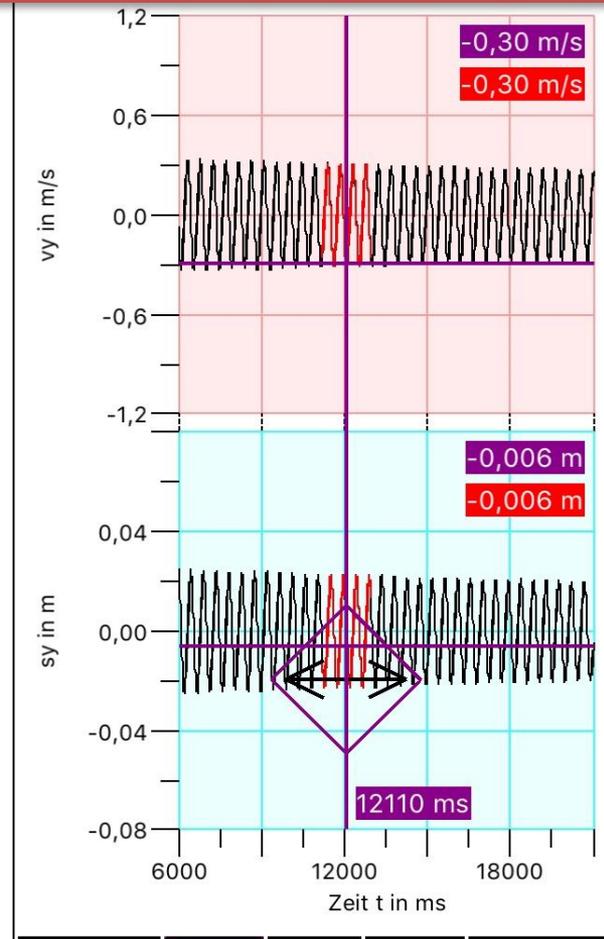
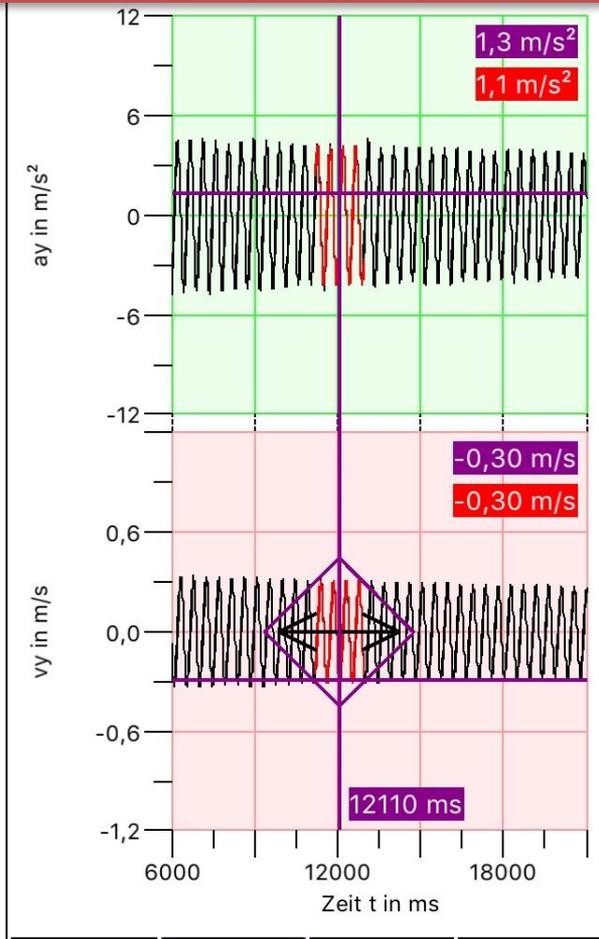


Geringe Abweichung von Sinusform

Schwingungsoptimierung aktiv

Vertikales Federpendel

Ergebnis Sinusfit mit Option „Schwingungsoptimierung“



Fenster

ZZ

Geringe Abweichung von Sinusform

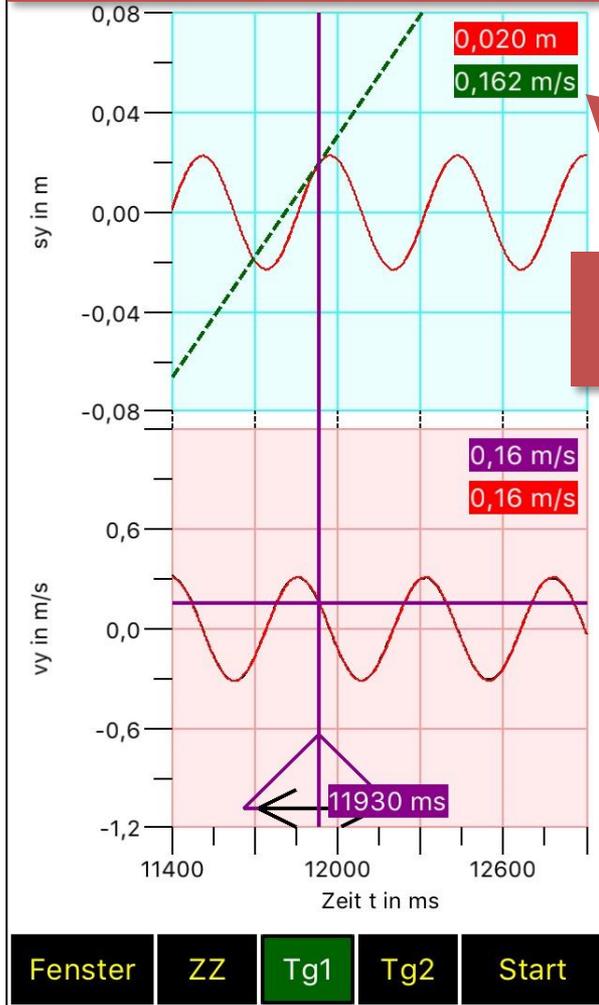
g2

Start

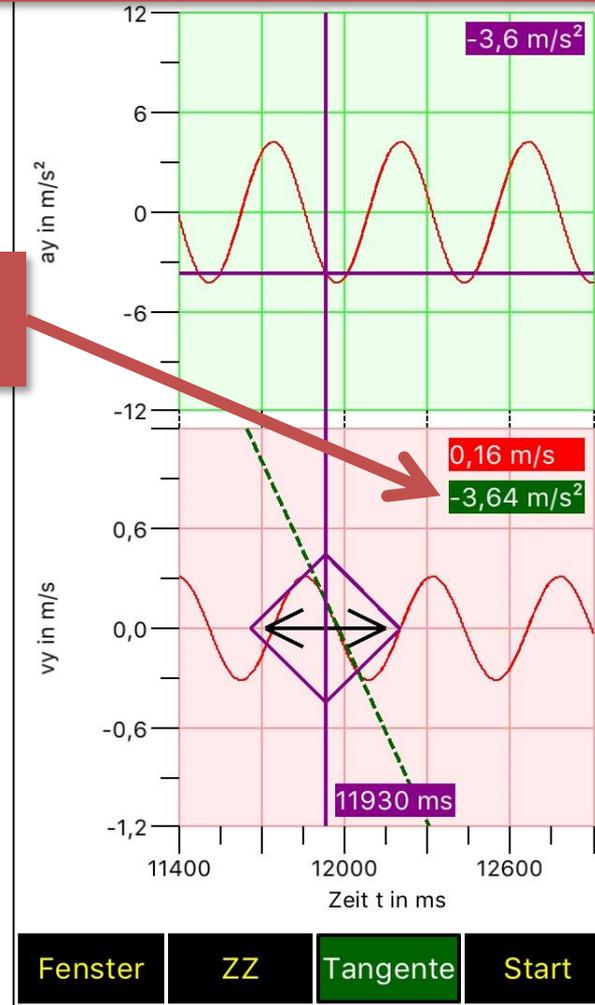
Schwingungsoptimierung aktiv

Vertikales Federpendel

Einblenden der Tangenten an die Fitschaubilder



Tangenten-
steigung



Schwingungsoptimierung aktiv

Inhaltsübersicht

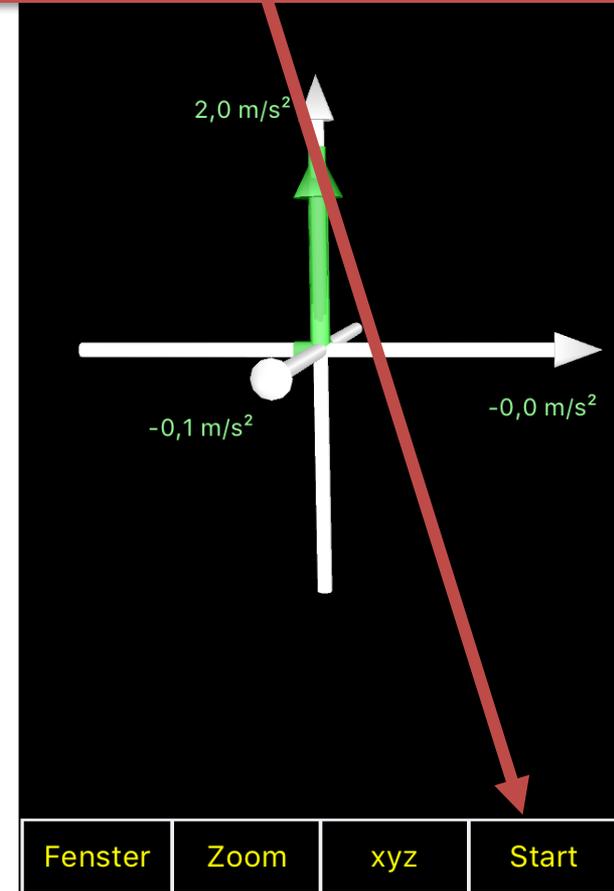
1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. **Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel**
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{zentri} \sim \omega^2$
-

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Zuerst wird die Schwingungsoptimierung aktiviert
Anschließend wird eine Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“
durchgeführt. Beides findet man im Menü „Start“



Um Dämpfung gut erkennen zu können, sollte
Messung 2 Minuten durchgeführt werden



Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Schwingungsoptimierung aktivieren für optimale Ergebnisse
„Start“ → „Schwingungsoptimierung“

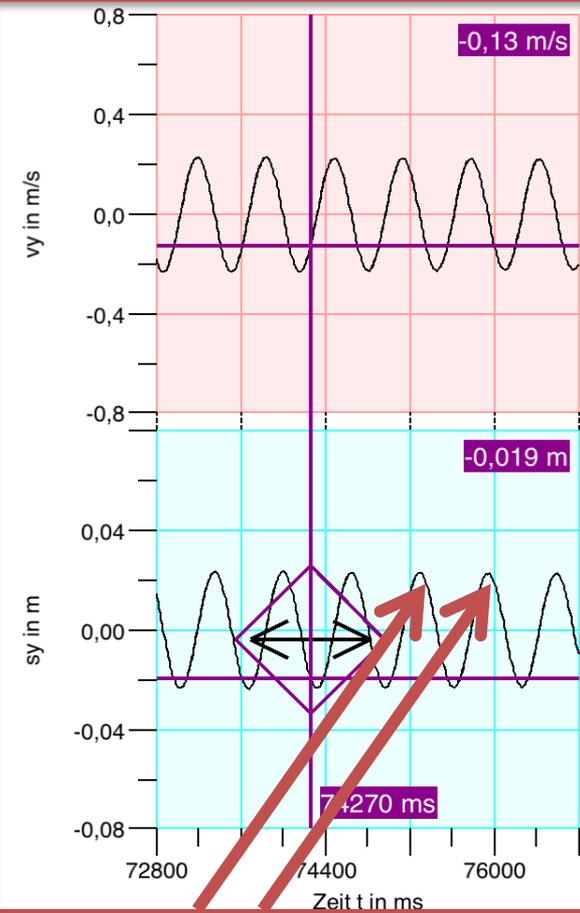
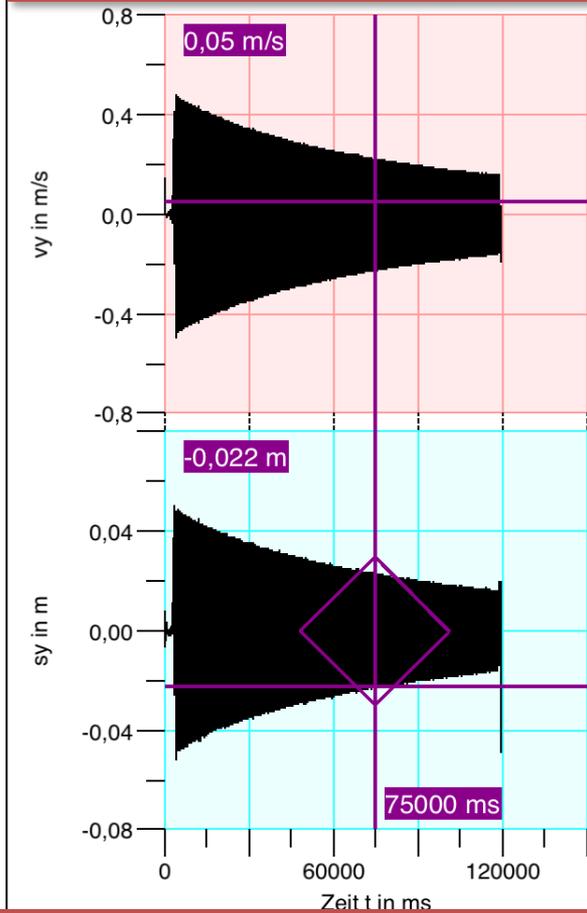
Messung (schiefe) Ebene a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		<input checked="" type="checkbox"/> Schwingungsoptimierung aktiv
Messung (beinahe) ohne Gravitation a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		Falls das Häkchen "Schwingungsoptimierung aktiv" gesetzt wird, werden die Anfangswerte $v_x(\text{Startzeit})$, $v_y(\text{Startzeit})$, $v_z(\text{Startzeit})$ und $s_x(\text{Startzeit})$, $s_y(\text{Startzeit})$, $s_z(\text{Startzeit})$ so gewählt, dass sie optimal zu einer harmonischen Schwingung in dem ausgewählten Zeitbereich passen. Dieser Zeitbereich wird von der App selbst bestimmt. Die passende Wahl der Anfangswerte ist möglich, da die Werte für $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ und $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$ durch einfache bzw. zweifache numerische Integration aus den Messwerten für $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ gewonnen werden und hierbei die Integrationskonstanten geeignet gewählt werden können. Zudem werden der $a_x(t)$ -, $a_y(t)$ - und $a_z(t)$ -Graph entlang der y-Achse verschoben, bis die für harmonische Schwingungen notwendige Gleichung $b_0 = 0$ gilt. Darüber hinaus wird ein passender Hochpassfilter verwendet.
Hinweise: Messoptionen		
AUSWERTUNG:		
Schwingungsoptimierung vor oder nach der Messung		
Filter vor oder nach der Messung		
Anfangswerte nach der Messung		
Fit: Funktionsterm		

Option „Schwingungsoptimierung“ liefert geeignete Anfangswerte und Reduktion des Integrationsfehlers durch geeigneten Hochpassfilter

Schwingungsoptimierung aktiv

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

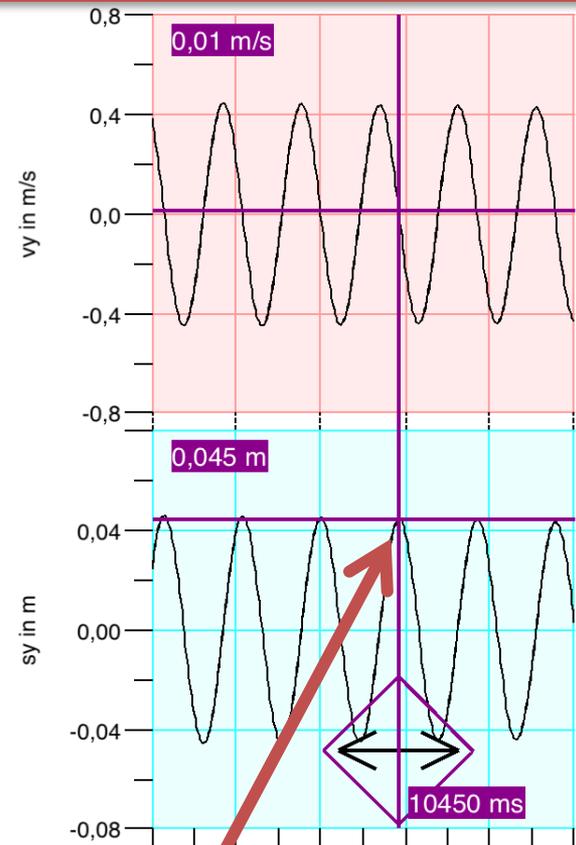
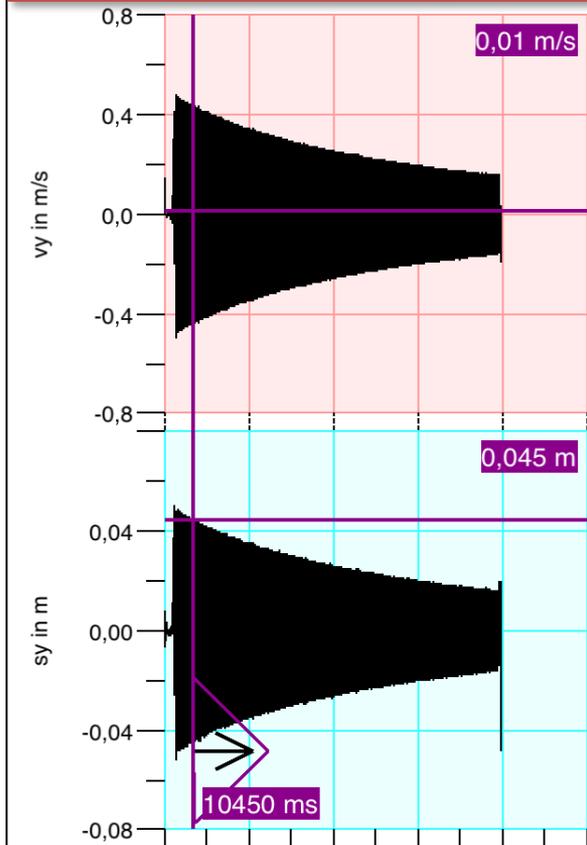


Da Dämpfung sehr gering, sollte nicht Werte von benachbarten Maxima ablesen, sondern zum Beispiel von jedem **zwanzigsten Maximum**

Schwingungsoptimierung aktiv

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

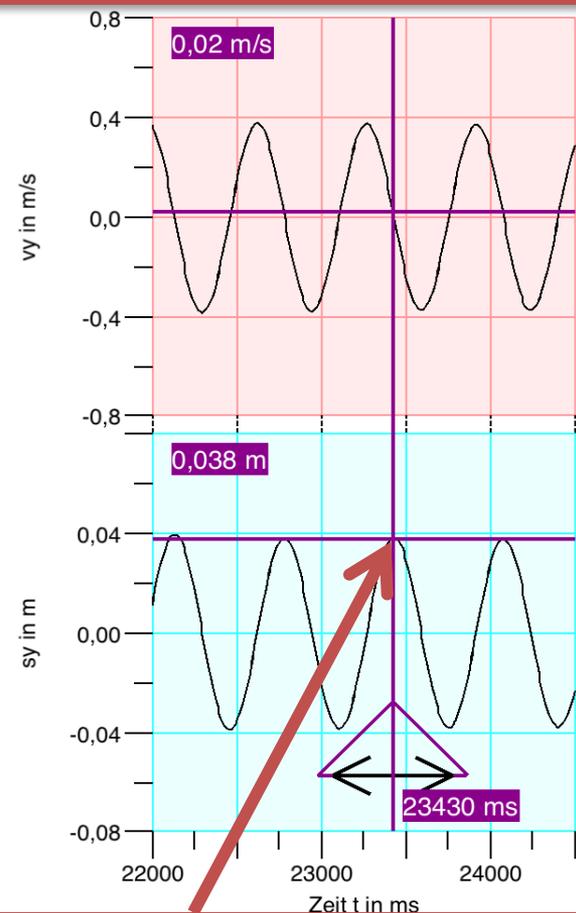
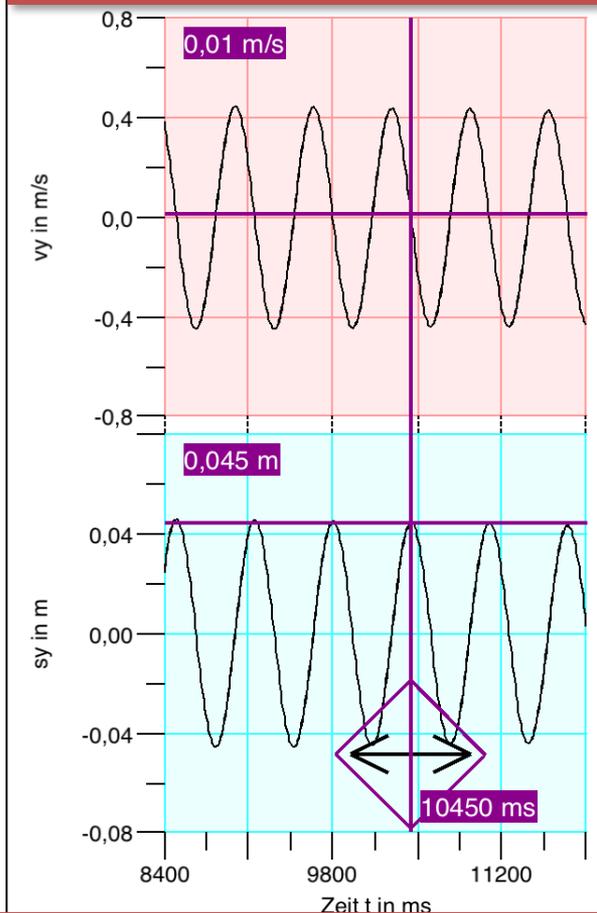


Starte bei einem Maximum in der Nähe des Anfangs.
Nicht beim ersten Maximum beginnen wegen Einschwingphase.
Notiere die Auslenkung (hier $0,045 \text{ m}$)

Schwingungsoptimierung aktiv

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Fahre dann 20 Maxima weiter und notiere die Auslenkung (hier 0,038 m). Wiederhole diesen Vorgang

Schwingungsoptimierung aktiv

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Zeit	t_1	$t_2 =$ $t_1 +$ $20 T$	$t_3 =$ $t_2 +$ $20 T$	$t_4 =$ $t_3 +$ $20 T$	$t_5 =$ $t_4 +$ $20 T$	$t_6 =$ $t_5 +$ $20 T$	$t_7 =$ $t_6 +$ $20 T$	$t_8 =$ $t_7 +$ $20 T$	$t_9 =$ $t_8 +$ $20 T$
Lokales Maximum $s(t_k)$ in mm	45	38	33	29	26	23	21	19	17
$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$	1,18	1,15	1,14	1,12	1,13	1,10	1,11	1,12	

Die Anfangswerte zeigen vermutlich eine systematische Abweichung
(Bei höheren Geschwindigkeiten $F_R \sim v^2$ bei kleiner Geschwindigkeit $F_R \sim v$)

Da $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ dennoch **näherungsweise konstant**, kann Dämpfung exponentiell
angenähert werden: $s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Es gilt

$$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})} = \frac{s(k \cdot 20 T)}{s((k+1) \cdot 20 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 20 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 20 T}} = e^{\delta \cdot 20 T}$$

Und damit

$$\delta = \frac{1}{20 T} \ln \left(\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,13 und für die Periodendauer 0,648 s ein, so erhält man:

$$\delta = 9,43 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s}$$

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Könnte man die Dämpfungskonstante δ auch direkt über die Beschleunigung bestimmen?

Mögliche Vorteile: Fehler der numerischen Integration könnten eventuell vermieden werden

Exponentiell gedämpft: $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$

Besitzen $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ die gleiche Abklingkonstante δ ?

$$s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Mit $v(t) = \dot{s}(t)$ erhalte:

$$\begin{aligned} v(t) &= -s_0 \cdot \sqrt{\delta^2 + \omega^2} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{01}) \\ &= -v_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{01}) \end{aligned}$$

wobei $\tan \varphi_{01} = \frac{\delta}{\omega}$

Mit $a(t) = \dot{v}(t)$ erhalte:

$$\begin{aligned} a(t) &= s_0 \cdot (\delta^2 + \omega^2) \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{02}) \\ &= a_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{02}) \end{aligned}$$

wobei $\tan \varphi_{02} = \frac{\delta^2 - \omega^2}{2\delta\omega}$

Folgerung: $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ haben die **gleiche Frequenz und Abklingkonstante δ**

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Messung direkt über Beschleunigung:

Zeit	t_1	$t_2 = t_1 + 20 T$	$t_3 = t_2 + 20 T$	$t_4 = t_3 + 20 T$	$t_5 = t_4 + 20 T$	$t_6 = t_5 + 20 T$	$t_7 = t_6 + 20 T$	$t_8 = t_7 + 20 T$	$t_9 = t_8 + 20 T$
Lokales Maximum $a(t_k)$ in m/s^2	4,29	3,65	3,14	2,80	2,49	2,20	1,99	1,79	1,63
$\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$	1,18	1,16	1,12	1,12	1,13	1,11	1,11	1,10	

Die Werte zeigen vermutlich eine kleine systematische Abweichung (Bei höheren Geschwindigkeiten $F_R \sim v^2$ bei kleiner Geschwindigkeit $F_R \sim v$)

Da $\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$ dennoch **näherungsweise konstant**, kann Dämpfung exponentiell angenähert werden: $a(t) = a_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Schwache Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?
Direkt über Beschleunigung:

Es gilt

$$\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})} = \frac{a(k \cdot 20 T)}{a((k+1) \cdot 20 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 20 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 20 T}} = e^{\delta \cdot 20 T}$$

Und damit

$$\delta = \frac{1}{20 T} \ln \left(\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,13 und für die Periodendauer 0,648 sein, so erhält man:

$$\delta = 9,43 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s}$$

Ergebnis: Gleiche Dämpfungskonstante wie
bei Bestimmung über $s(t)$

Inhaltsübersicht

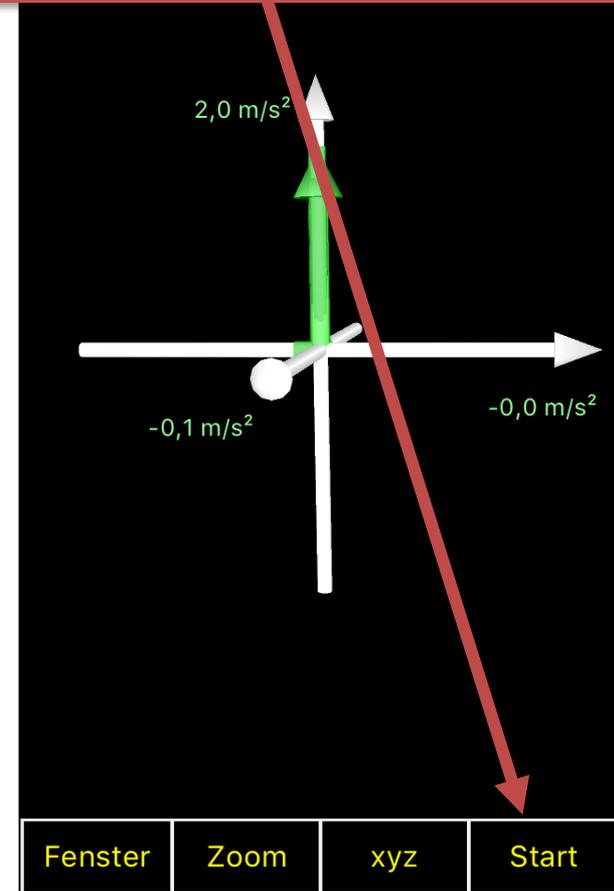
1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. **Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel**
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Zuerst wird die Schwingungsoptimierung aktiviert
Anschließend wird eine Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“
durchgeführt. Beides findet man im Menü „Start“



Pappkarton: Durchmesser: 22,5 cm



Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Schwingungsoptimierung aktivieren für optimale Ergebnisse
„Start“ → „Schwingungsoptimierung“

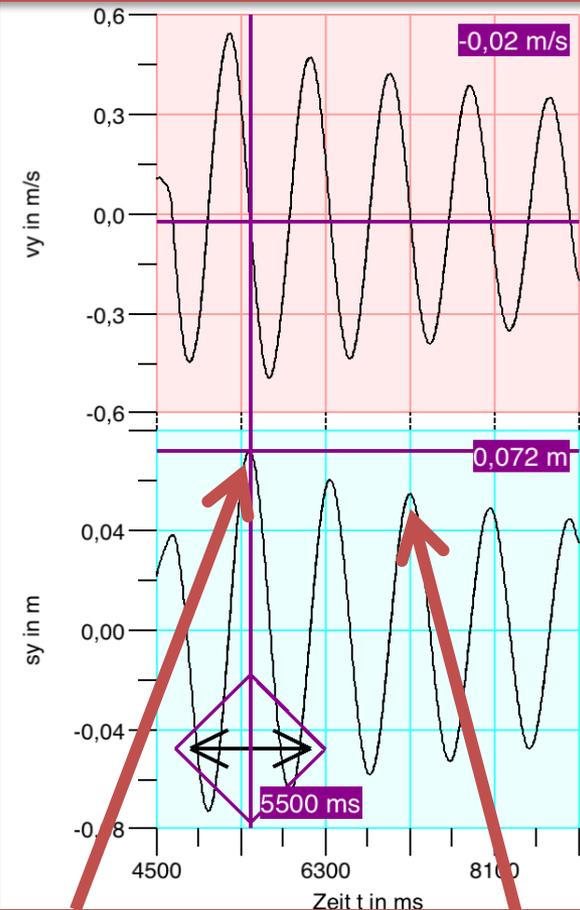
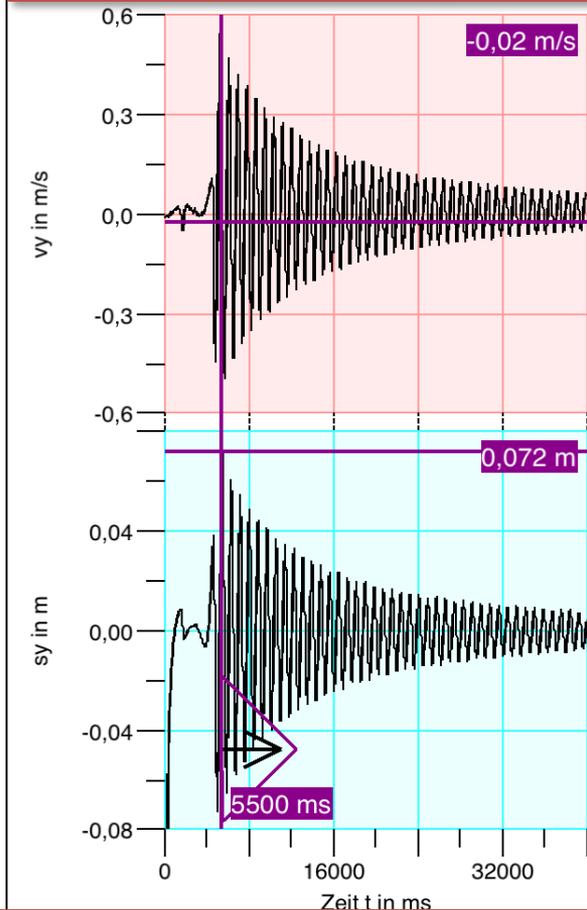
Messung (schiefe) Ebene a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		<input checked="" type="checkbox"/> Schwingungsoptimierung aktiv
Messung (beinahe) ohne Gravitation a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		Falls das Häkchen "Schwingungsoptimierung aktiv" gesetzt wird, werden die Anfangswerte $v_x(\text{Startzeit})$, $v_y(\text{Startzeit})$, $v_z(\text{Startzeit})$ und $s_x(\text{Startzeit})$, $s_y(\text{Startzeit})$, $s_z(\text{Startzeit})$ so gewählt, dass sie optimal zu einer harmonischen Schwingung in dem ausgewählten Zeitbereich passen. Dieser Zeitbereich wird von der App selbst bestimmt. Die passende Wahl der Anfangswerte ist möglich, da die Werte für $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ und $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$ durch einfache bzw. zweifache numerische Integration aus den Messwerten für $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ gewonnen werden und hierbei die Integrationskonstanten geeignet gewählt werden können. Zudem werden der $a_x(t)$ -, $a_y(t)$ - und $a_z(t)$ -Graph entlang der y-Achse verschoben, bis die für harmonische Schwingungen notwendige Gleichung $b_0 = 0$ gilt. Darüber hinaus wird ein passender Hochpassfilter verwendet.
Hinweise: Messoptionen		
AUSWERTUNG:		
Schwingungsoptimierung vor oder nach der Messung		
Filter vor oder nach der Messung		
Anfangswerte nach der Messung		
Fit: Funktionsterm		

Option „Schwingungsoptimierung“ liefert geeignete Anfangswerte und Reduktion des Integrationsfehlers durch geeigneten Hochpassfilter

Schwingungsoptimierung aktiv

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

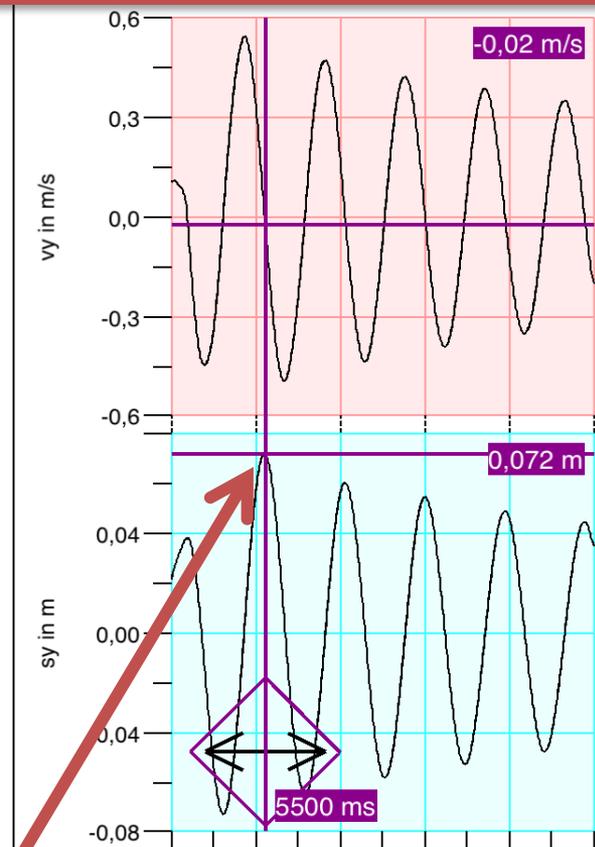
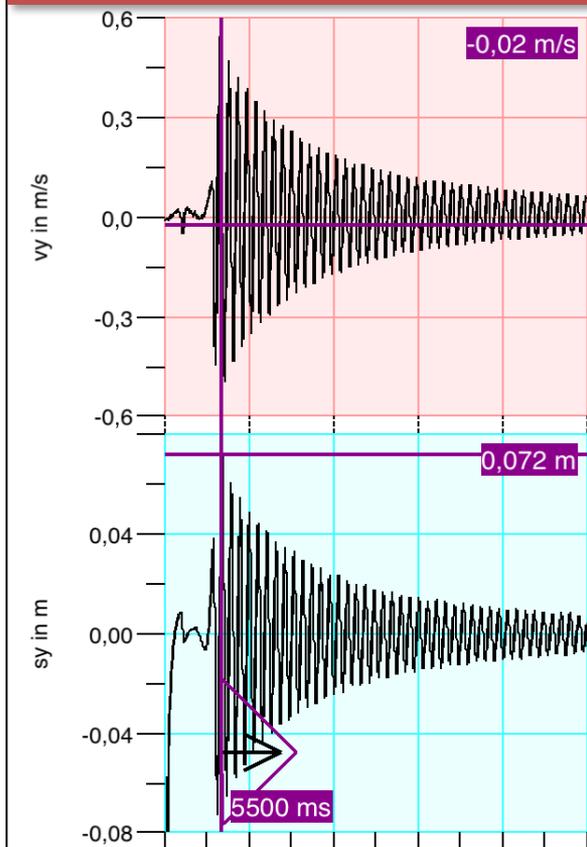


Da Dämpfung gering, sollte nicht Werte von benachbarten Maxima ablesen, **sondern** zum Beispiel von jedem **zweiten Maximum**

Schwingungsoptimierung aktiv

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

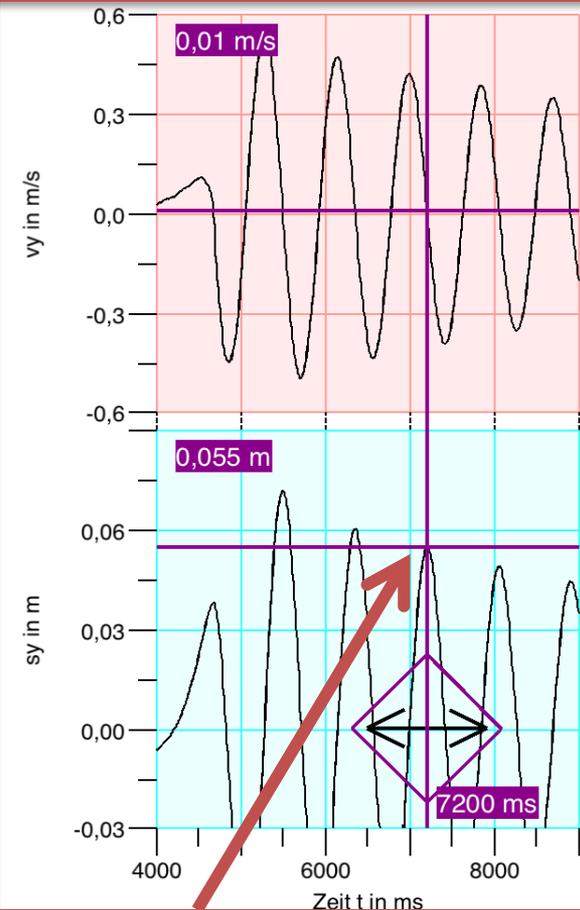
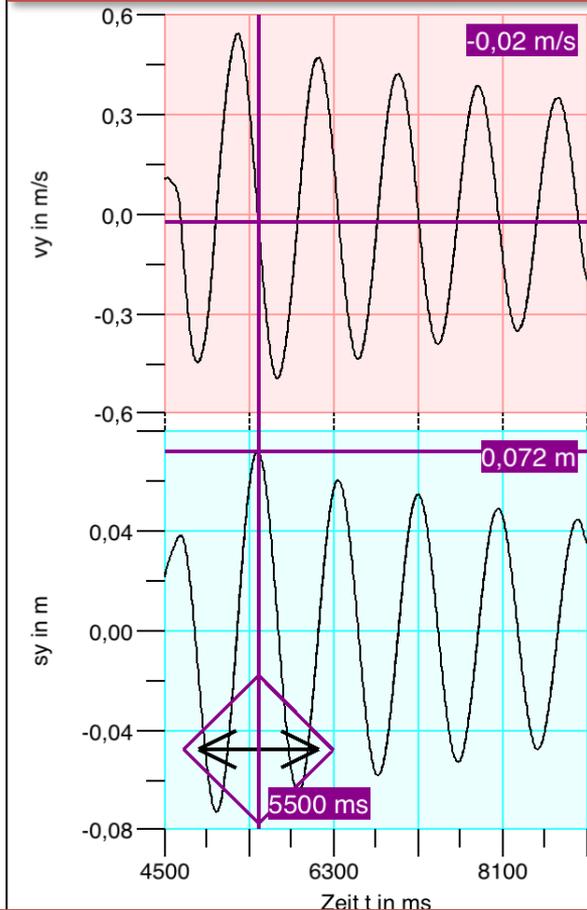


Starte bei einem Maximum in der Nähe des Anfangs.
Nicht beim ersten Maximum beginnen wegen Einschwingphase.
Notiere die Auslenkung (hier $0,072$ m)

Schwingungsoptimierung aktiv

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Fahre dann 2 Maxima weiter und notiere die Auslenkung (hier $0,055$ m). Wiederhole diesen Vorgang

Schwingungsoptimierung aktiv

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Zeit	t_1	$t_2 =$ $t_1 +$ $2T$	$t_3 =$ $t_2 +$ $2T$	$t_4 =$ $t_3 +$ $2T$	$t_5 =$ $t_4 +$ $2T$	$t_6 =$ $t_5 +$ $2T$	$t_7 =$ $t_6 +$ $2T$	$t_8 =$ $t_7 +$ $2T$	$t_9 =$ $t_8 +$ $2T$
Lokales Maximum $s(t_k)$ in mm	72	55	45	37	33	28	24	22	20
$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$	1,31	1,22	1,21	1,12	1,18	1,17	1,10	1,10	

Die Werte zeigen vermutlich eine systematische Abweichung

(Bei höheren Geschwindigkeiten $F_R \sim v^2$ bei kleiner Geschwindigkeit $F_R \sim v$)

Da $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ dennoch **näherungsweise konstant**, kann Dämpfung exponentiell

angenähert werden: $s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Es gilt

$$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})} = \frac{s(k \cdot 2 T)}{s((k + 1) \cdot 2 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 2 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 2 T}} = e^{\delta \cdot 2 T}$$

Und damit

$$\delta = \frac{1}{2 T} \ln \left(\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,18 und für die Periodendauer 0,843 s ein, so erhält man:

$$\delta = 9,82 \cdot 10^{-2} \frac{1}{s}$$

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Könnte man die Dämpfungskonstante δ auch direkt über die Beschleunigung bestimmen?

Mögliche Vorteile: Fehler der numerischen Integration könnten eventuell vermieden werden

Exponentiell gedämpft: $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$

Besitzen $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ die gleiche Abklingkonstante δ ?

$$s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Mit $v(t) = \dot{s}(t)$ erhalte:

$$\begin{aligned} v(t) &= -s_0 \cdot \sqrt{\delta^2 + \omega^2} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{01}) \\ &= -v_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{01}) \end{aligned}$$

wobei $\tan \varphi_{01} = \frac{\delta}{\omega}$

Mit $a(t) = \dot{v}(t)$ erhalte:

$$\begin{aligned} a(t) &= s_0 \cdot (\delta^2 + \omega^2) \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{02}) \\ &= a_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{02}) \end{aligned}$$

wobei $\tan \varphi_{02} = \frac{\delta^2 - \omega^2}{2\delta\omega}$

Folgerung: $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ haben die **gleiche Frequenz und Abklingkonstante δ**

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Messung direkt über Beschleunigung:

Zeit	t_1	$t_2 = t_1 + 2T$	$t_3 = t_2 + 2T$	$t_4 = t_3 + 2T$	$t_5 = t_4 + 2T$	$t_6 = t_5 + 2T$	$t_7 = t_6 + 2T$	$t_8 = t_7 + 2T$	$t_9 = t_8 + 2T$
Lokales Maximum $a(t_k)$ in m/s^2	4,11	3,25	2,69	2,23	1,93	1,66	1,44	1,30	1,15
$\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$	1,26	1,21	1,21	1,16	1,16	1,15	1,11	1,13	

Die Werte zeigen vermutlich eine systematische Abweichung

(Bei höheren Geschwindigkeiten $F_R \sim v^2$ bei kleiner Geschwindigkeit $F_R \sim v$)

Da $\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$ dennoch **näherungsweise konstant**, kann Dämpfung exponentiell

angenähert werden: $a(t) = a_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?
Direkt über Beschleunigung:

Es gilt

$$\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})} = \frac{a(k \cdot 2 T)}{a((k + 1) \cdot 2 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 2 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 2 T}} = e^{\delta \cdot 2 T}$$

Und damit

$$\delta = \frac{1}{2 T} \ln \left(\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,17 und für die Periodendauer 0,843 s ein, so erhält man:

$$\delta = 9,31 \cdot 10^{-2} \frac{1}{s}$$

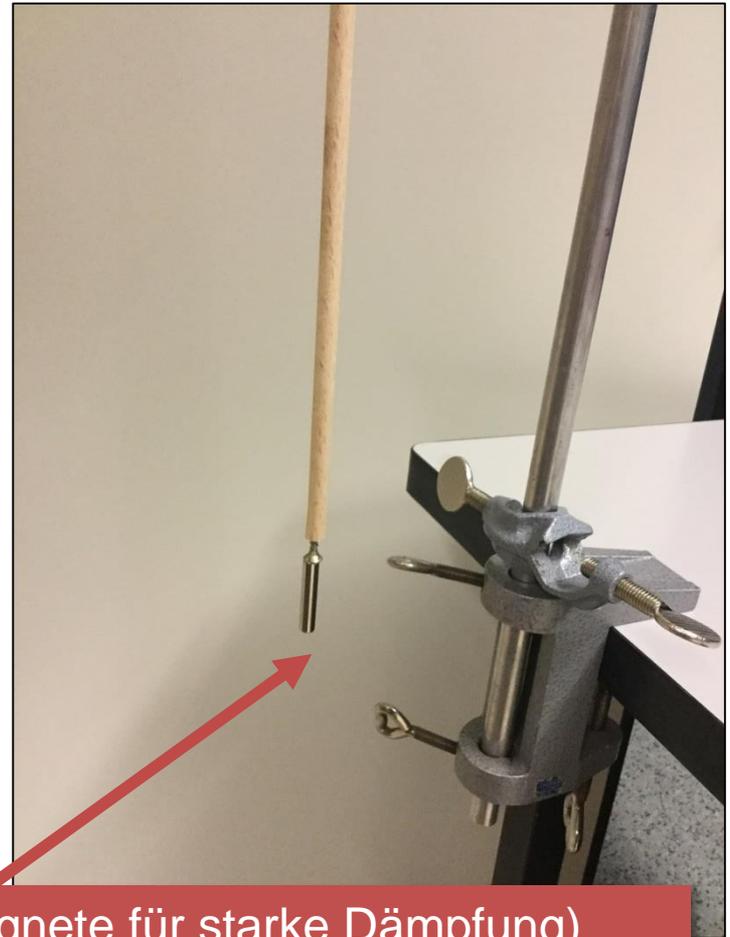
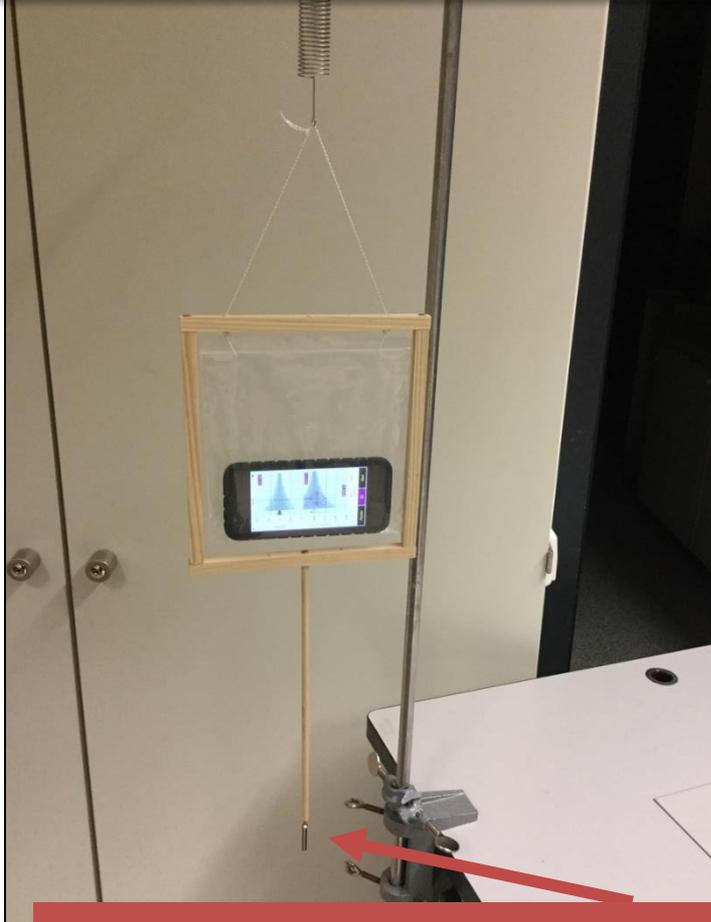
Ergebnis: Dämpfungskonstante geringfügig kleiner
als bei Bestimmung über $s(t)$

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 - 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel**
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Versuchsaufbau (Vorbereitung):

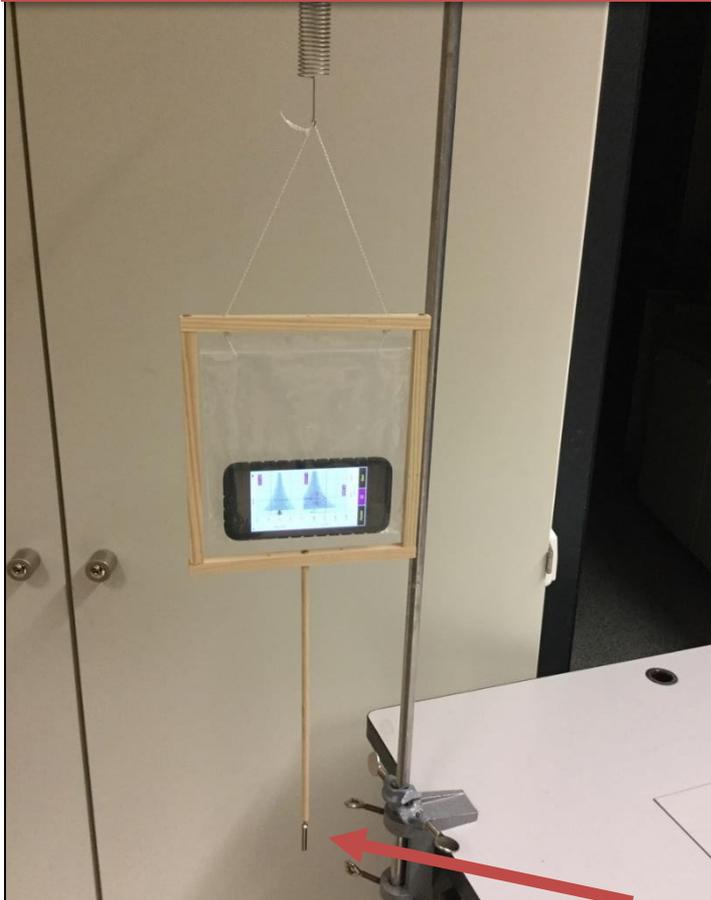


Magnet an Schraube (mehrere Magnete für starke Dämpfung)

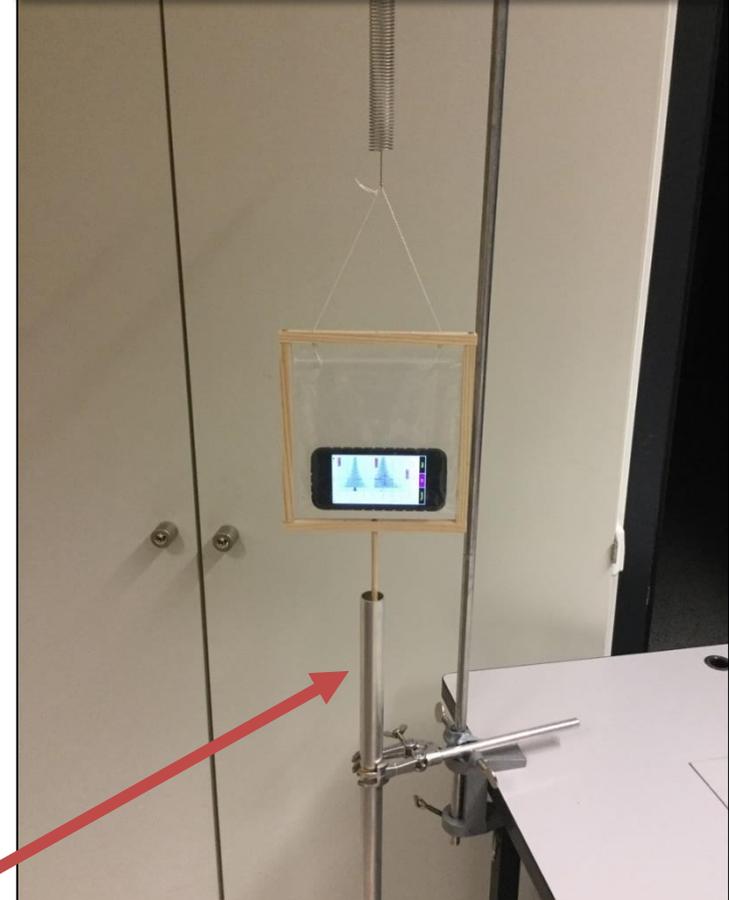
Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Vorbereitung:



Kompletter Versuchsaufbau:

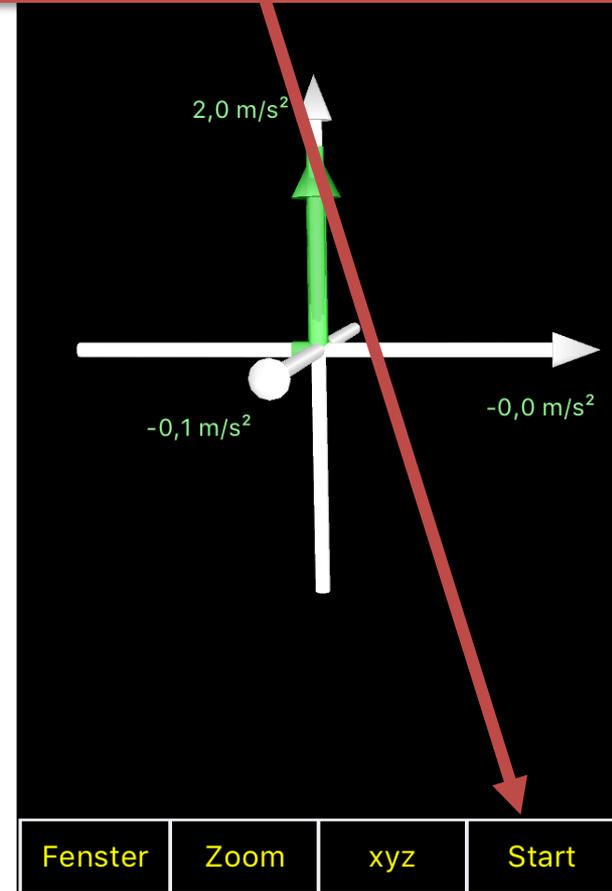
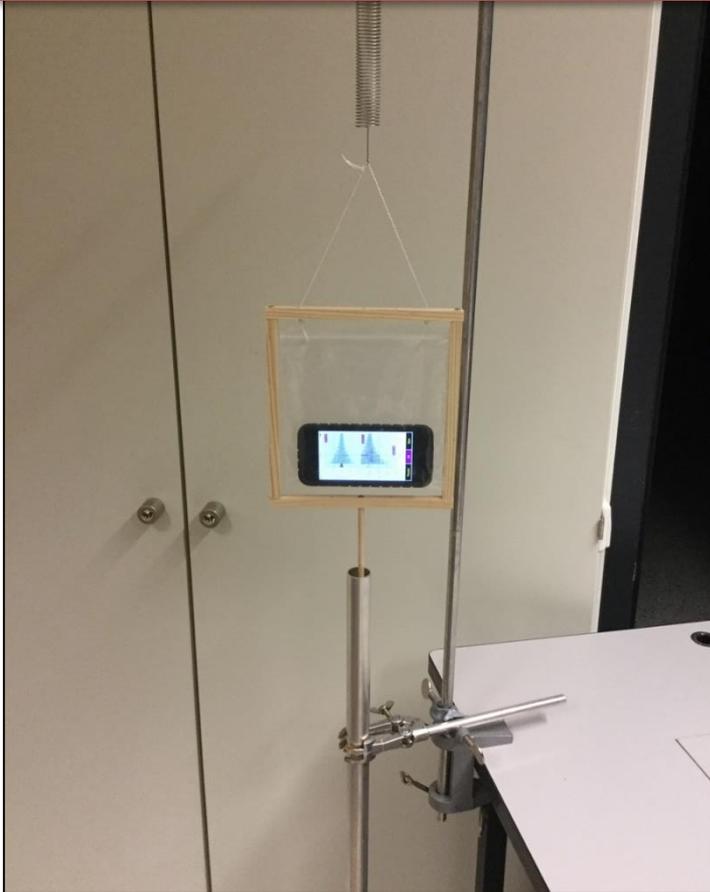


Magnet bewegt sich in Alurohr (Innendurchmesser: 20 mm)

Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Zuerst wird die Schwingungsoptimierung aktiviert
Anschließend wird eine Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“
durchgeführt. Beides findet man im Menü „Start“



Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Schwingungsoptimierung aktivieren für optimale Ergebnisse
„Start“ → „Schwingungsoptimierung“

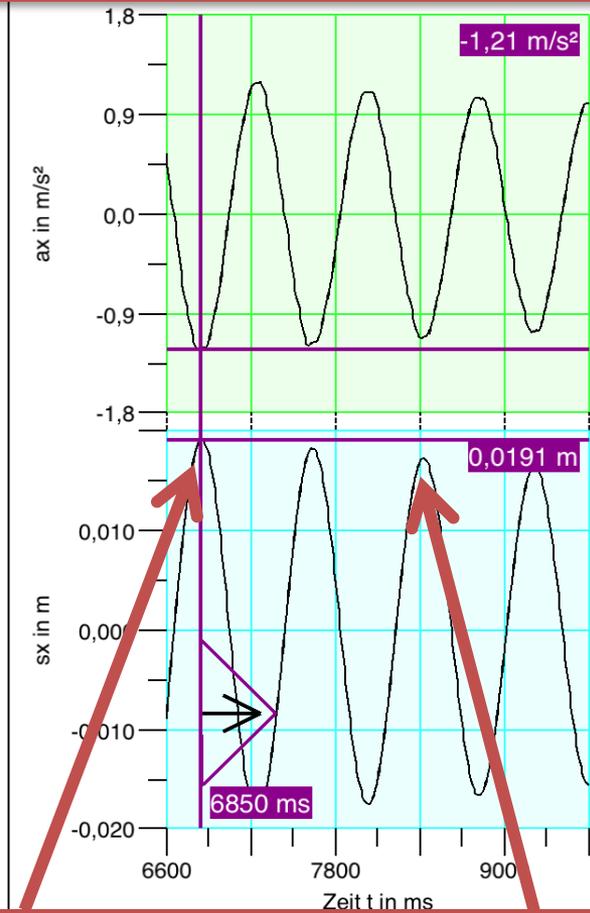
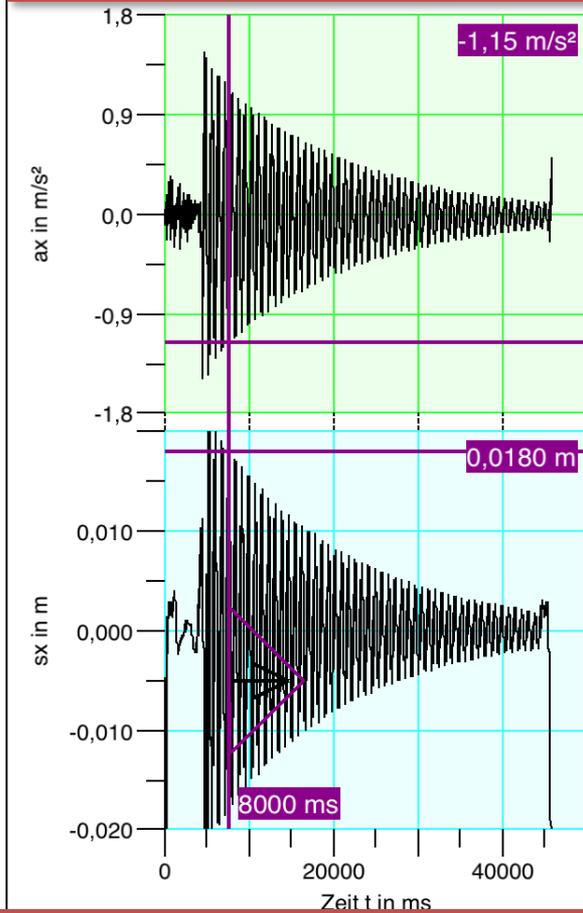
Messung (schiefe) Ebene a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		<input checked="" type="checkbox"/> Schwingungsoptimierung aktiv
Messung (beinahe) ohne Gravitation a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		Falls das Häkchen "Schwingungsoptimierung aktiv" gesetzt wird, werden die Anfangswerte $v_x(\text{Startzeit})$, $v_y(\text{Startzeit})$, $v_z(\text{Startzeit})$ und $s_x(\text{Startzeit})$, $s_y(\text{Startzeit})$, $s_z(\text{Startzeit})$ so gewählt, dass sie optimal zu einer harmonischen Schwingung in dem ausgewählten Zeitbereich passen. Dieser Zeitbereich wird von der App selbst bestimmt. Die passende Wahl der Anfangswerte ist möglich, da die Werte für $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ und $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$ durch einfache bzw. zweifache numerische Integration aus den Messwerten für $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ gewonnen werden und hierbei die Integrationskonstanten geeignet gewählt werden können. Zudem werden der $a_x(t)$ -, $a_y(t)$ - und $a_z(t)$ -Graph entlang der y-Achse verschoben, bis die für harmonische Schwingungen notwendige Gleichung $b_0 = 0$ gilt. Darüber hinaus wird ein passender Hochpassfilter verwendet.
Hinweise: Messoptionen		
AUSWERTUNG:		
Schwingungsoptimierung vor oder nach der Messung		
Filter vor oder nach der Messung		
Anfangswerte nach der Messung		
Fit: Funktionsterm		

Option „Schwingungsoptimierung“ liefert geeignete Anfangswerte und Reduktion des Integrationsfehlers durch geeigneten Hochpassfilter

Schwingungsoptimierung aktiv

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

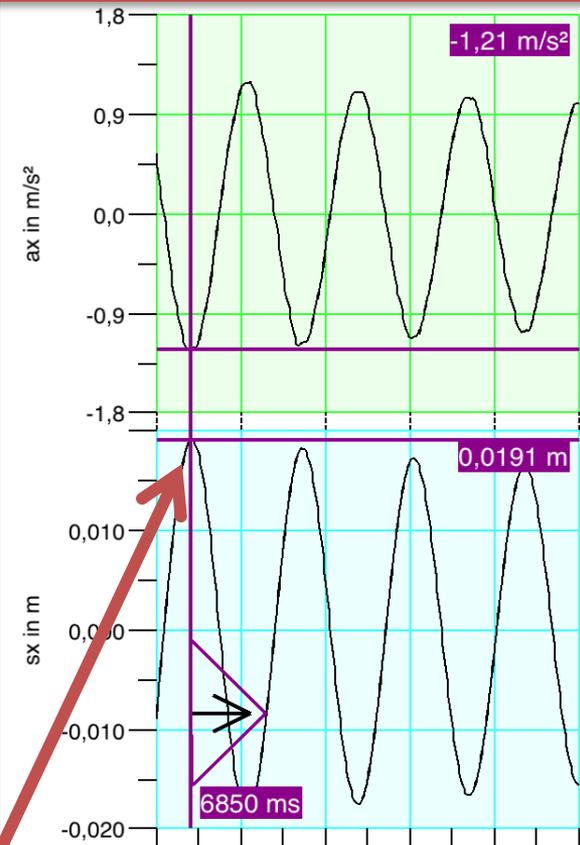
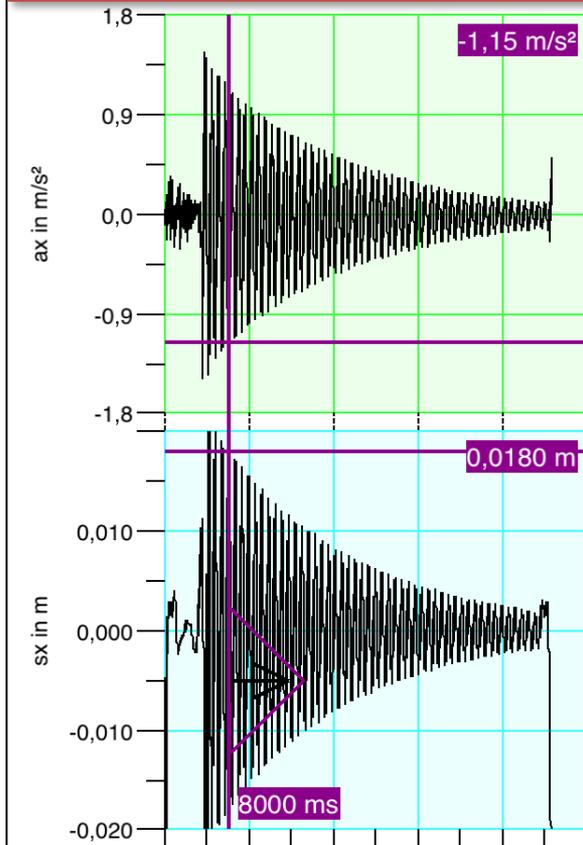


Da Dämpfung im Regelfall gering, sollte nicht Werte von benachbarten Maxima ablesen, sondern zum Beispiel von jedem **zweiten Maximum**

Schwingungsoptimierung aktiv

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

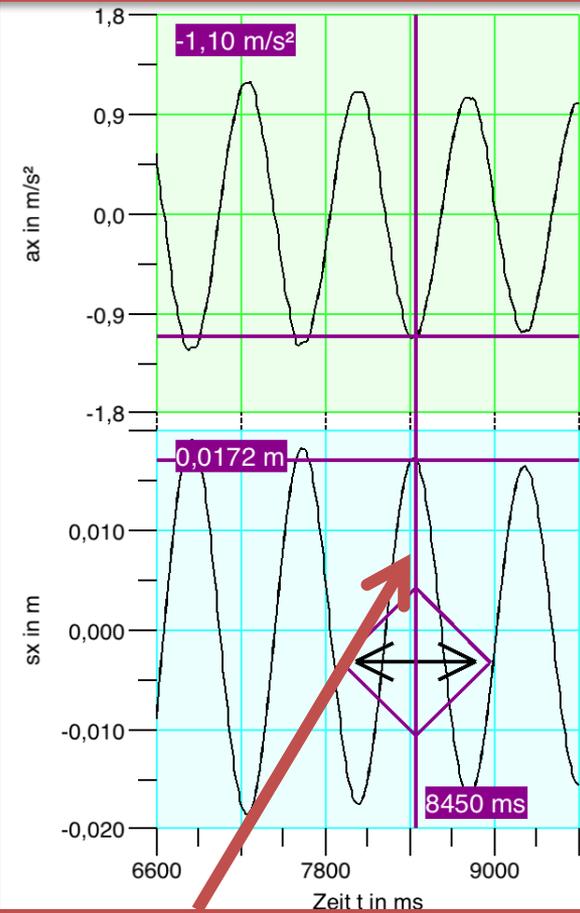
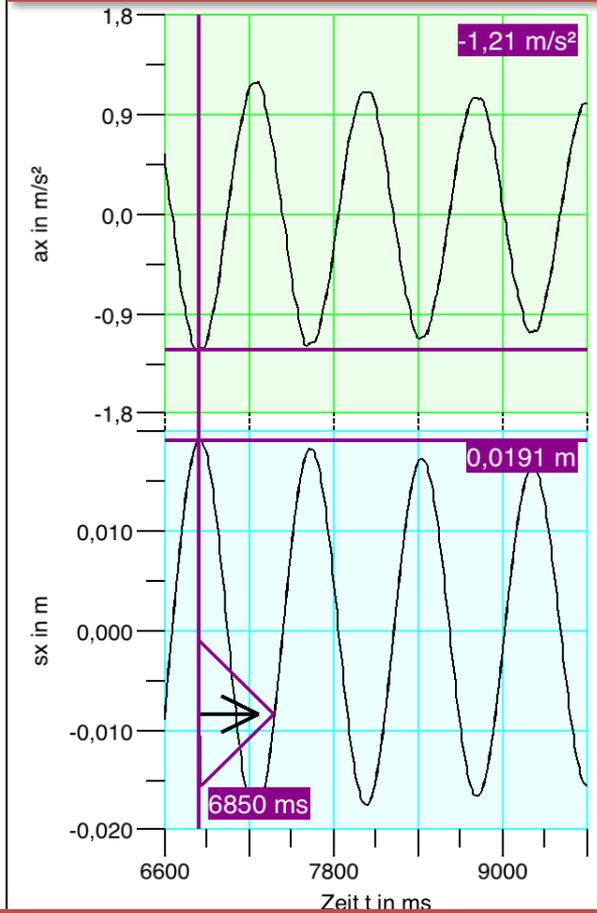


Starte bei einem Maximum in der Nähe des Anfangs.
Nicht beim ersten Maximum beginnen wegen Einschwingphase.
Notiere die Auslenkung (hier $0,0191 m$)

Schwingungsoptimierung aktiv

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Fahre dann 2 Maxima weiter und notiere die Auslenkung (hier $0,0172 m$). Wiederhole diesen Vorgang

Schwingungsoptimierung aktiv

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Zeit	t_1	$t_2 = t_1 + 2T$	$t_3 = t_2 + 2T$	$t_4 = t_3 + 2T$	$t_5 = t_4 + 2T$	$t_6 = t_5 + 2T$	$t_7 = t_6 + 2T$	$t_8 = t_7 + 2T$	$t_9 = t_8 + 2T$
Lokales Maximum $s(t_k)$ in mm	19,1	17,2	15,6	14,4	12,8	11,6	10,6	9,8	8,7
$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$	1,11	1,10	1,08	1,13	1,10	1,09	1,08	1,13	

Die Werte zeigen vermutlich nur zufällige Messungenauigkeiten

Da $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ **näherungsweise konstant**, kann Dämpfung exponentiell angenähert werden: $s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Es gilt

$$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})} = \frac{s(k \cdot 2 T)}{s((k + 1) \cdot 2 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 2 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 2 T}} = e^{\delta \cdot 2 T}$$

Und damit

$$\delta = \frac{1}{2 T} \ln \left(\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,10 und für die Periodendauer 0,790 s ein, so erhält man:

$$\delta = 6,03 \cdot 10^{-2} \frac{1}{s}$$

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Könnte man die Dämpfungskonstante δ auch direkt über die Beschleunigung bestimmen?

Mögliche Vorteile: Fehler der numerischen Integration könnten eventuell vermieden werden

Exponentiell gedämpft: $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$

Besitzen $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ die gleiche Abklingkonstante δ ?

$$s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Mit $v(t) = \dot{s}(t)$ erhalte:

$$\begin{aligned} v(t) &= -s_0 \cdot \sqrt{\delta^2 + \omega^2} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{01}) \\ &= -v_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{01}) \end{aligned}$$

wobei $\tan \varphi_{01} = \frac{\delta}{\omega}$

Mit $a(t) = \dot{v}(t)$ erhalte:

$$\begin{aligned} a(t) &= s_0 \cdot (\delta^2 + \omega^2) \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{02}) \\ &= a_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{02}) \end{aligned}$$

wobei $\tan \varphi_{02} = \frac{\delta^2 - \omega^2}{2\delta\omega}$

Folgerung: $s(t)$, $v(t)$ und $a(t)$ haben die **gleiche Frequenz und Abklingkonstante δ**

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung **direkt über Beschleunigung:**

Zeit	t_1	$t_2 =$ $t_1 +$ $2T$	$t_3 =$ $t_2 +$ $2T$	$t_4 =$ $t_3 +$ $2T$	$t_5 =$ $t_4 +$ $2T$	$t_6 =$ $t_5 +$ $2T$	$t_7 =$ $t_6 +$ $2T$	$t_8 =$ $t_7 +$ $2T$	$t_9 =$ $t_8 +$ $2T$
Lokales Maximum $a(t_k)$ in m/s^2	1,19	1,05	0,97	0,87	0,79	0,72	0,66	0,60	0,54
$\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$	1,13	1,08	1,11	1,10	1,10	1,09	1,10	1,11	

Die Werte zeigen vermutlich nur zufällige Messungenauigkeiten

Da $\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$ **näherungsweise konstant**, kann Dämpfung exponentiell angenähert werden: $a(t) = a_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Wirbelstrombremse vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?
Direkt über Beschleunigung:

Es gilt

$$\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})} = \frac{a(k \cdot 2 T)}{a((k + 1) \cdot 2 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 2 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 2 T}} = e^{\delta \cdot 2 T}$$

Und damit

$$\delta = \frac{1}{2 T} \ln \left(\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{a(t_k)}{a(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,10 und für die Periodendauer 0,790 s ein, so erhält man:

$$\delta = 6,03 \cdot 10^{-2} \frac{1}{s}$$

Ergebnis: Gleiche Dämpfungskonstante wie bei Bestimmung über s(t)

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. **Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel**
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Lineare Dämpfung vertikales Federpendel

Versuchsaufbau

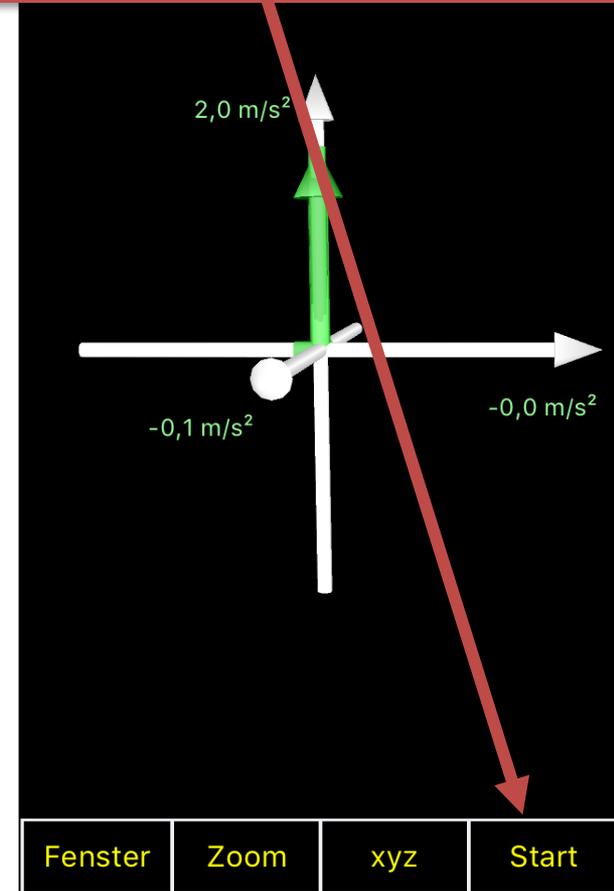
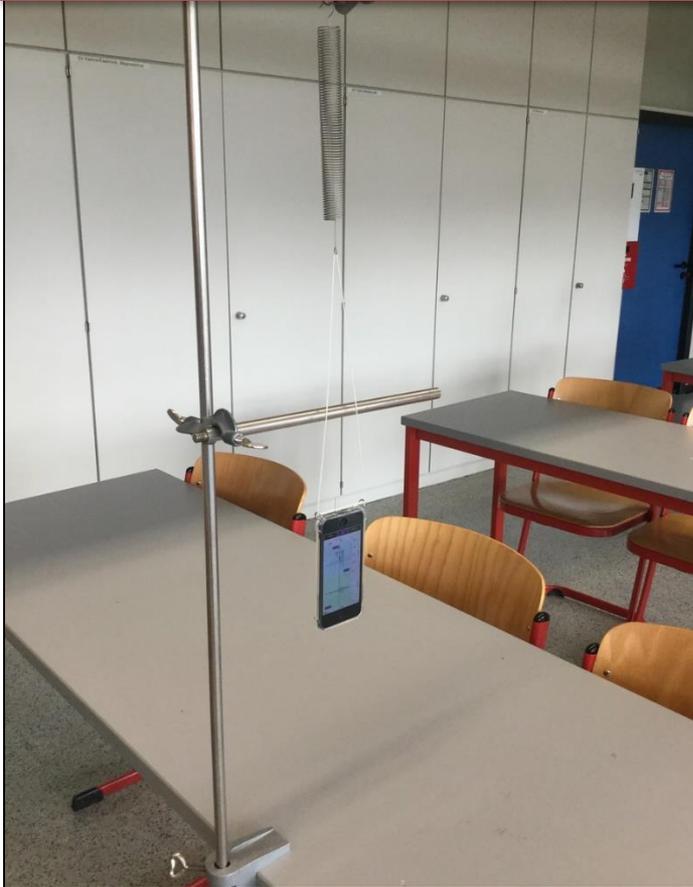


Faden soll an Stativstange reiben

Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Lineare Dämpfung vertikales Federpendel

Zuerst wird die Schwingungsoptimierung aktiviert
Anschließend wird eine Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“
durchgeführt. Beides findet man im Menü „Start“



Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Lineare Dämpfung vertikales Federpendel

Schwingungsoptimierung aktivieren für optimale Ergebnisse
„Start“ → „Schwingungsoptimierung“

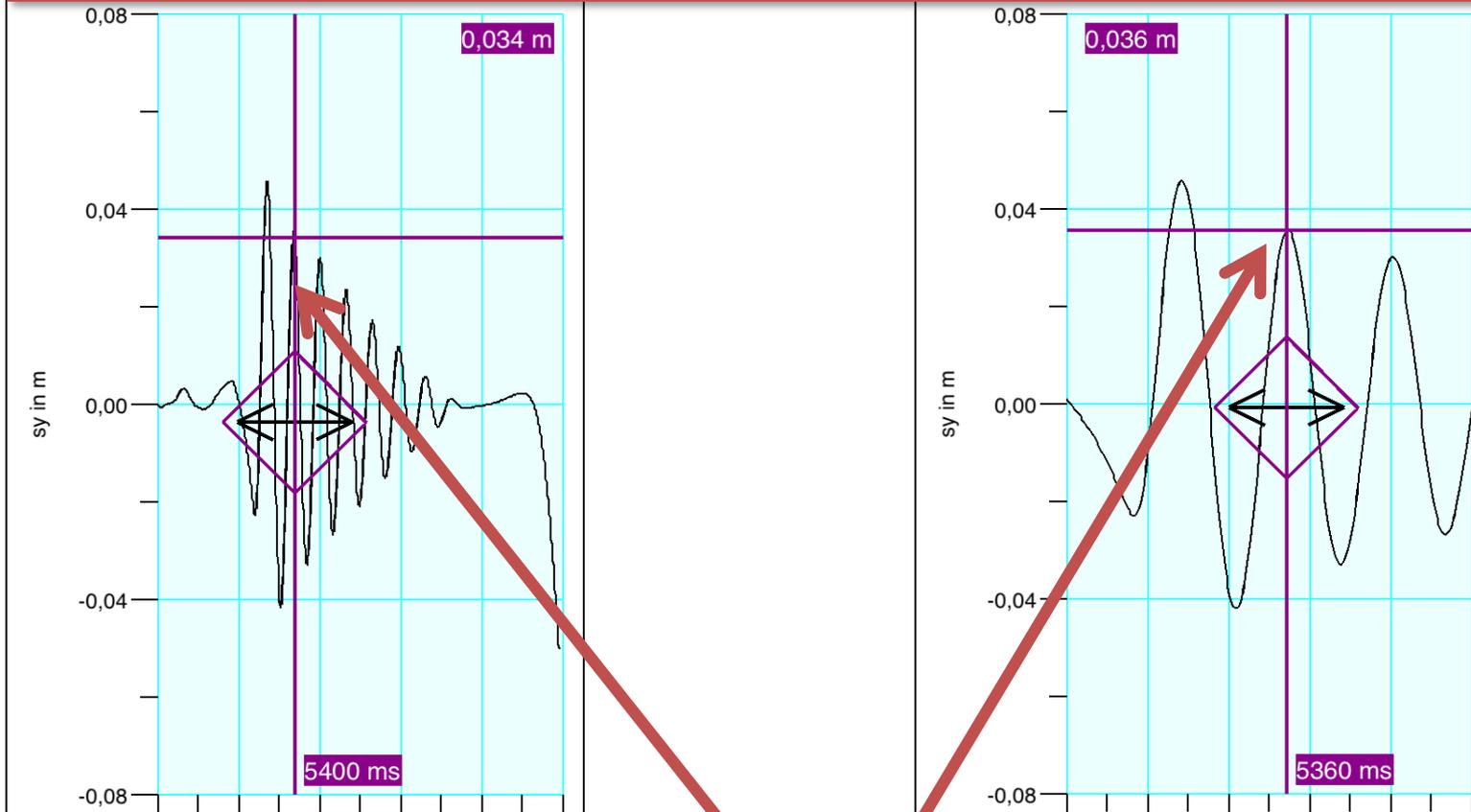
Messung (schiefe) Ebene a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		<input checked="" type="checkbox"/> Schwingungsoptimierung aktiv
Messung (beinahe) ohne Gravitation a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		Falls das Häkchen "Schwingungsoptimierung aktiv" gesetzt wird, werden die Anfangswerte $v_x(\text{Startzeit})$, $v_y(\text{Startzeit})$, $v_z(\text{Startzeit})$ und $s_x(\text{Startzeit})$, $s_y(\text{Startzeit})$, $s_z(\text{Startzeit})$ so gewählt, dass sie optimal zu einer harmonischen Schwingung in dem ausgewählten Zeitbereich passen. Dieser Zeitbereich wird von der App selbst bestimmt. Die passende Wahl der Anfangswerte ist möglich, da die Werte für $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ und $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$ durch einfache bzw. zweifache numerische Integration aus den Messwerten für $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ gewonnen werden und hierbei die Integrationskonstanten geeignet gewählt werden können. Zudem werden der $a_x(t)$ -, $a_y(t)$ - und $a_z(t)$ -Graph entlang der y-Achse verschoben, bis die für harmonische Schwingungen notwendige Gleichung $b_0 = 0$ gilt. Darüber hinaus wird ein passender Hochpassfilter verwendet.
Hinweise: Messoptionen		
AUSWERTUNG:		
Schwingungsoptimierung vor oder nach der Messung		
Filter vor oder nach der Messung		
Anfangswerte nach der Messung		
Fit: Funktionsterm		

Option „Schwingungsoptimierung“ liefert geeignete Anfangswerte und Reduktion des Integrationsfehlers durch geeigneten Hochpassfilter

Schwingungsoptimierung aktiv

Lineare Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung linear oder exponentiell?



Starte beim 2. lokalen Maximum.

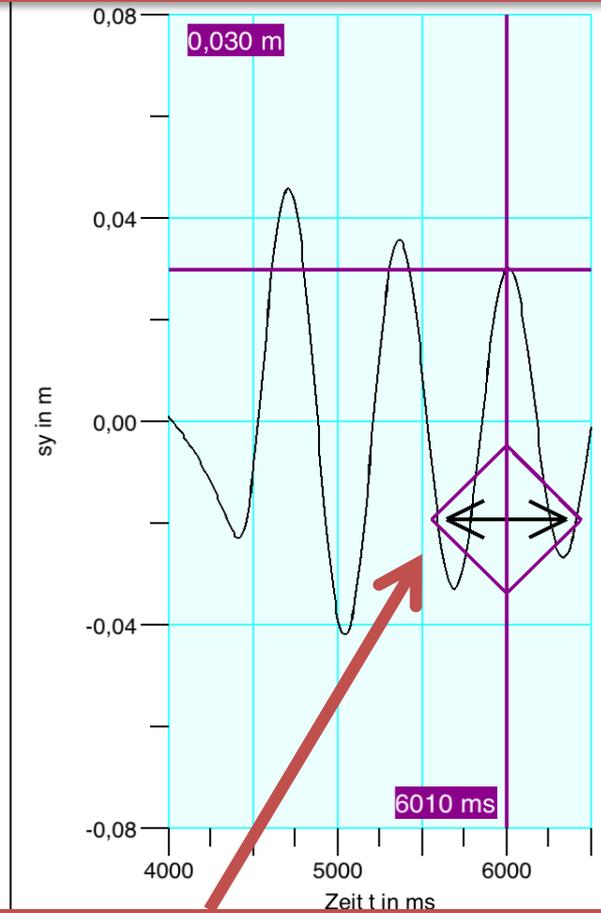
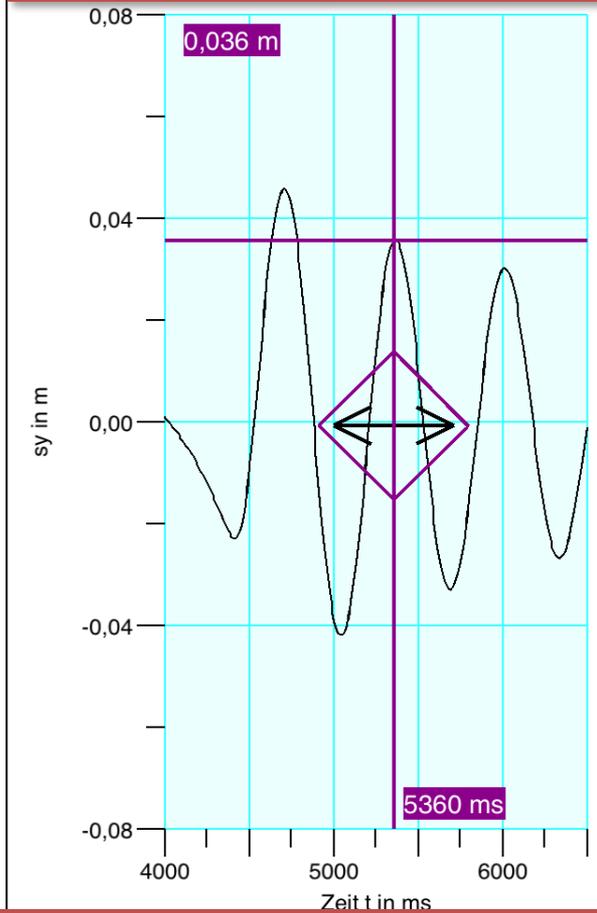
Nicht beim ersten Maximum beginnen wegen Einschwingphase.

Notiere die Auslenkung (hier $0,036 \text{ m}$)

Schwingungsoptimierung aktiv

Lineare Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung linear oder exponentiell?



Fahre dann 1 Maximum weiter und notiere die Auslenkung (hier 0,030 m). Wiederhole diesen Vorgang

Schwingungsoptimierung aktiv

Lineare Dämpfung vertikales Federpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung linear oder exponentiell?

Zeit	t_1	$t_2 = t_1 + T$	$t_3 = t_2 + T$	$t_4 = t_3 + T$	$t_5 = t_4 + T$	$t_6 = t_5 + T$
Lokales Maximum $s(t_k)$ in mm	36	30	24	17	12	6
$\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$	1,20	1,25	1,41	1,42	2,00	
$s(t_k) - s(t_{k+1})$ in mm	6	6	7	5	6	

Da $\frac{s(t_k)}{s(t_{k+1})}$ nicht konstant, ist die Dämpfung **nicht exponentiell**

Da $s(t_k) - s(t_{k+1})$ näherungsweise konstant, ist **Dämpfung linear**

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 - 12. Beispiel: Horizontales Federpendel**
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{zentri} \sim \omega^2$
-

Horizontales Federpendel

Zuerst wird die „Schwingungsoptimierung“ aktiviert.
Zudem sollte zur Filterung der Vibrationen der Tiefpassfilter „Filter“
aktiviert werden. Anschließend wird eine Messung mit Option „Messung
(schiefe) Ebene durchgeführt.
Diese Optionen findet man alle im Menü „Start“



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Horizontales Federpendel

Schwingungsoptimierung aktivieren für optimale Ergebnisse
„Start“ → „Schwingungsoptimierung“

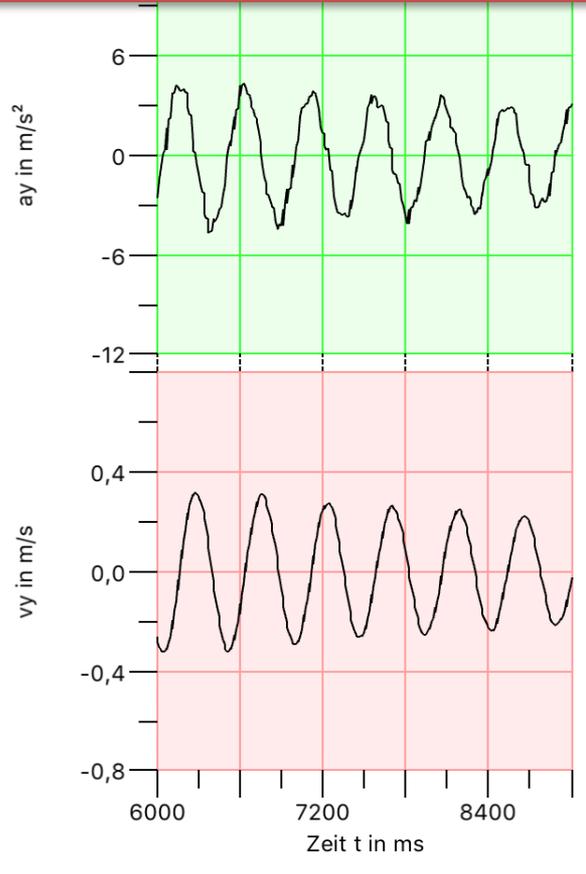
Messung (schiefe) Ebene a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		<input checked="" type="checkbox"/> Schwingungsoptimierung aktiv
Messung (beinahe) ohne Gravitation a, v, s, F, p, omega (max. 120 Sekunden)		Falls das Häkchen "Schwingungsoptimierung aktiv" gesetzt wird, werden die Anfangswerte $v_x(\text{Startzeit})$, $v_y(\text{Startzeit})$, $v_z(\text{Startzeit})$ und $s_x(\text{Startzeit})$, $s_y(\text{Startzeit})$, $s_z(\text{Startzeit})$ so gewählt, dass sie optimal zu einer harmonischen Schwingung in dem ausgewählten Zeitbereich passen. Dieser Zeitbereich wird von der App selbst bestimmt. Die passende Wahl der Anfangswerte ist möglich, da die Werte für $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ und $s_x(t)$, $s_y(t)$, $s_z(t)$ durch einfache bzw. zweifache numerische Integration aus den Messwerten für $a_x(t)$, $a_y(t)$ und $a_z(t)$ gewonnen werden und hierbei die Integrationskonstanten geeignet gewählt werden können. Zudem werden der $a_x(t)$ -, $a_y(t)$ - und $a_z(t)$ -Graph entlang der y-Achse verschoben, bis die für harmonische Schwingungen notwendige Gleichung $b_0 = 0$ gilt. Darüber hinaus wird ein passender Hochpassfilter verwendet.
Hinweise: Messoptionen		
AUSWERTUNG:		
Schwingungsoptimierung vor oder nach der Messung		
Filter vor oder nach der Messung		
Anfangswerte nach der Messung		
Fit: Funktionsterm		

Option „Schwingungsoptimierung“ liefert geeignete Anfangswerte und Reduktion des Integrationsfehlers durch geeigneten Hochpassfilter

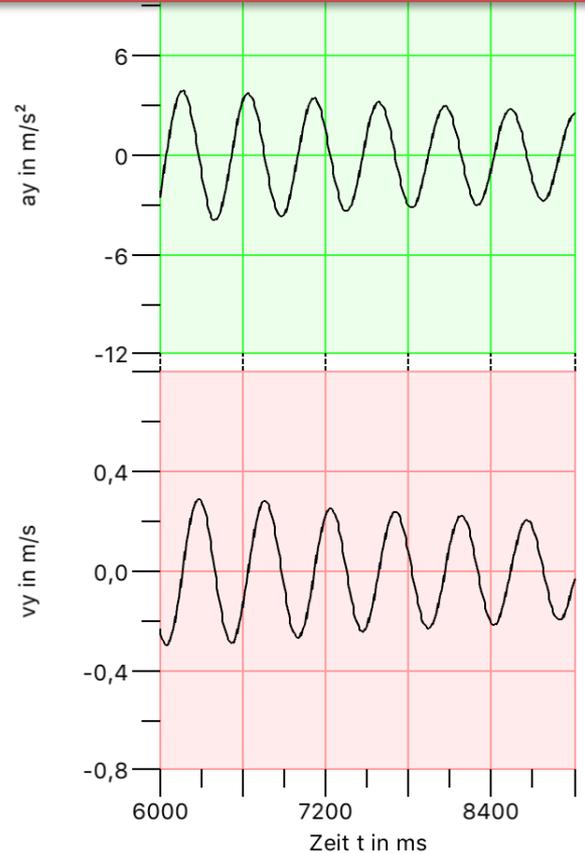
Schwingungsoptimierung aktiv

Horizontales Federpendel

Mit Schwingungsoptimierung
Ohne Filter (Tiefpassfilter)



Mit Schwingungsoptimierung
Mit 100% Filter (Tiefpassfilter)



Elimination von Vibrationen aus dem $a_y(t)$ Schaubild durch Tiefpassfilter

Schwingungsoptimierung aktiv

Horizontales Federpendel

Frequenzbestimmung durch Sinusfit möglich

Abbrechen OK

Fit für:

Fit-Term:

Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen

Zeit ZZ: 7805,4 ms

Start Fit: <- ZZ

Ende Fit: <- ZZ

Senden OK

Ergebnis Fit:

$ay(t)=ay0*\sin(2*Pi*f*t+phi)$
 $ay0=3,54 \text{ m/s}^2$
 $f=2,11 \text{ Hz}$
 $phi=2,99 \text{ rad}$

$vy(t)=-ay0/(2*Pi*f)*\cos(2*Pi*f*t+phi)$

$sy(t)=-ay0/(2*Pi*f)^2*\sin(2*Pi*f*t+phi)$

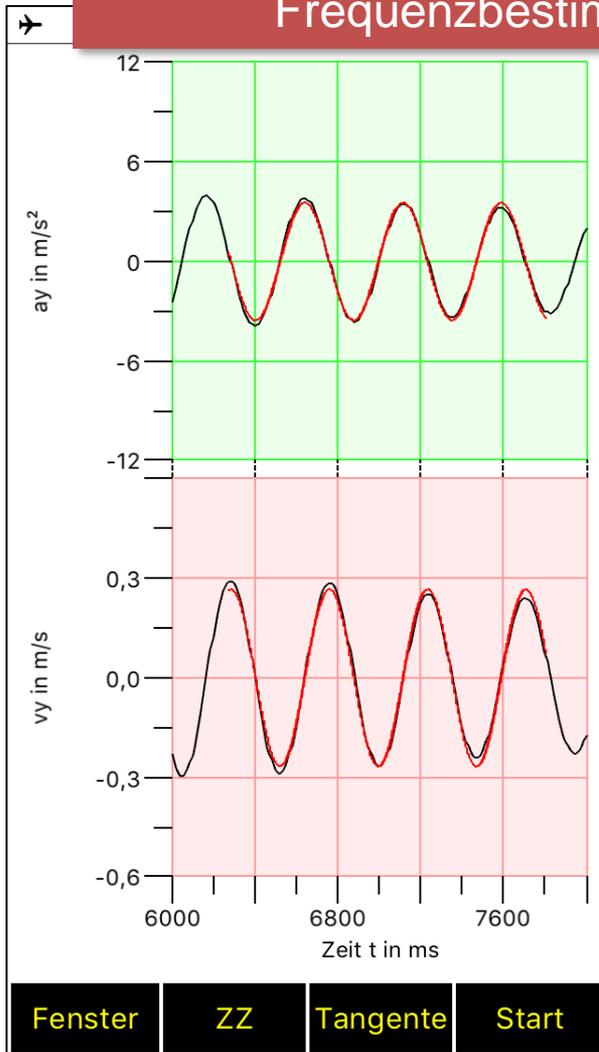
$Fy(t)=Fy0*\sin(2*Pi*f*t+phi)$
 $Fy0=1,29 \text{ N}$

$py(t)=-Fy0/(2*Pi*f)*\cos(2*Pi*f*t+phi)$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Horizontales Federpendel

Frequenzbestimmung durch Sinusfit möglich



Senden

OK

Ergebnis Fit:

$$a_y(t) = a_{y0} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$a_{y0} = 3,54 \text{ m/s}^2$$

$$f = 2,11 \text{ Hz}$$

$$\phi = 2,99 \text{ rad}$$

$$v_y(t) = -a_{y0} / (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$s_y(t) = -a_{y0} / (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

$$F_y(t) = F_{y0} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

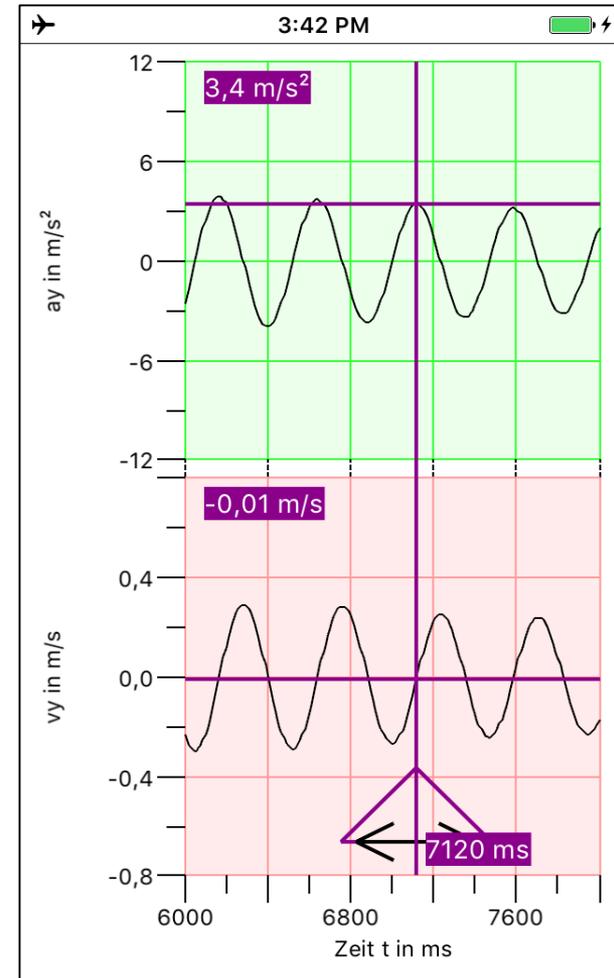
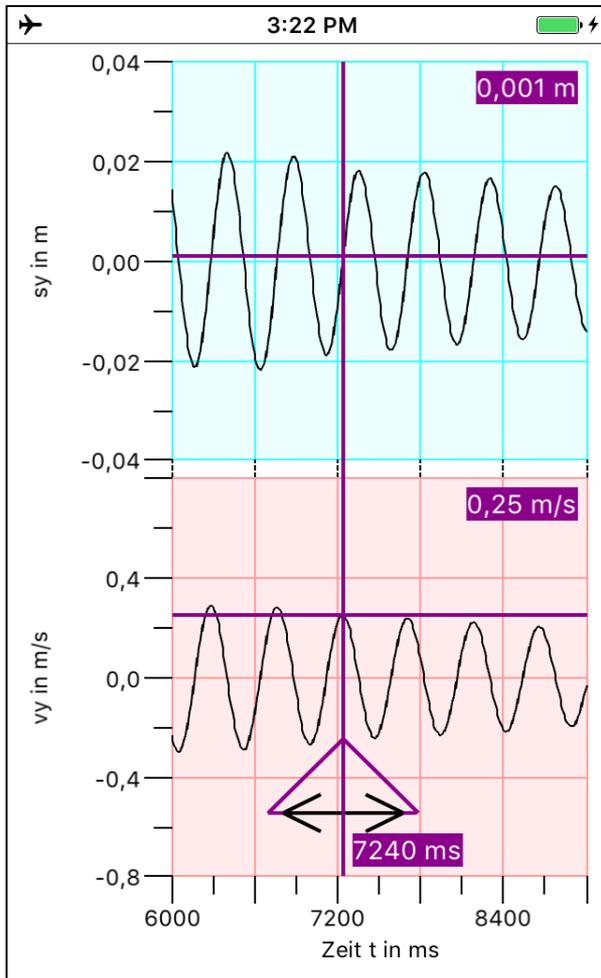
$$F_{y0} = 1,29 \text{ N}$$

$$p_y(t) = -F_{y0} / (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Schwingungsoptimierung und Tiefpassfilter 100 % aktiv

Horizontales Federpendel



Sehr gute Ergebnisse mit Schwingungsoptimierung und Tiefpassfilter 100%

Schwingungsoptimierung und Tiefpassfilter 100 % aktiv

Inhaltsübersicht

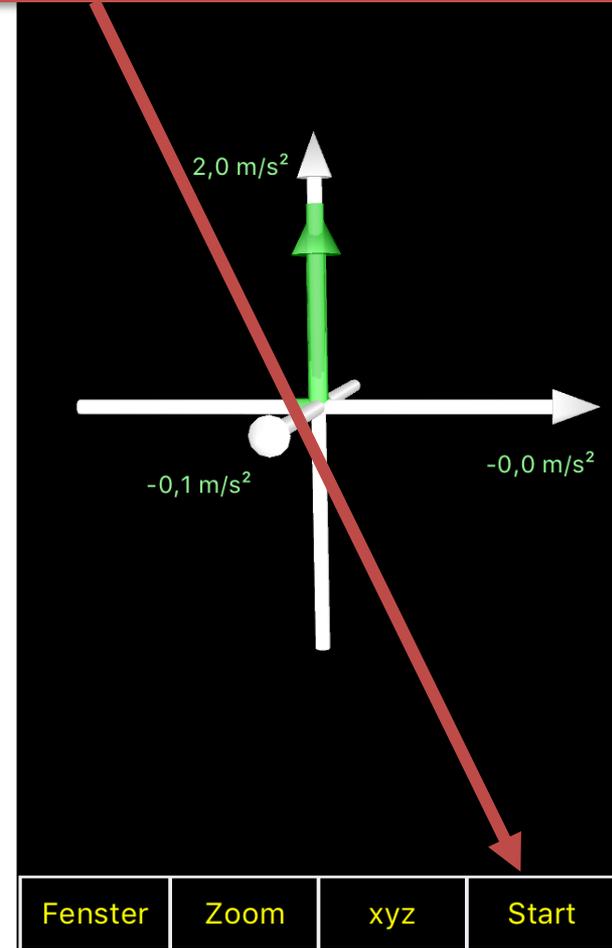
1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 - 13. Beispiel: Fadenpendel**
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Fadenpendel

Eine Messung mit Option „Messung mit Gravitation“ wird durchgeführt.
Diese findet man im Menü „Start“



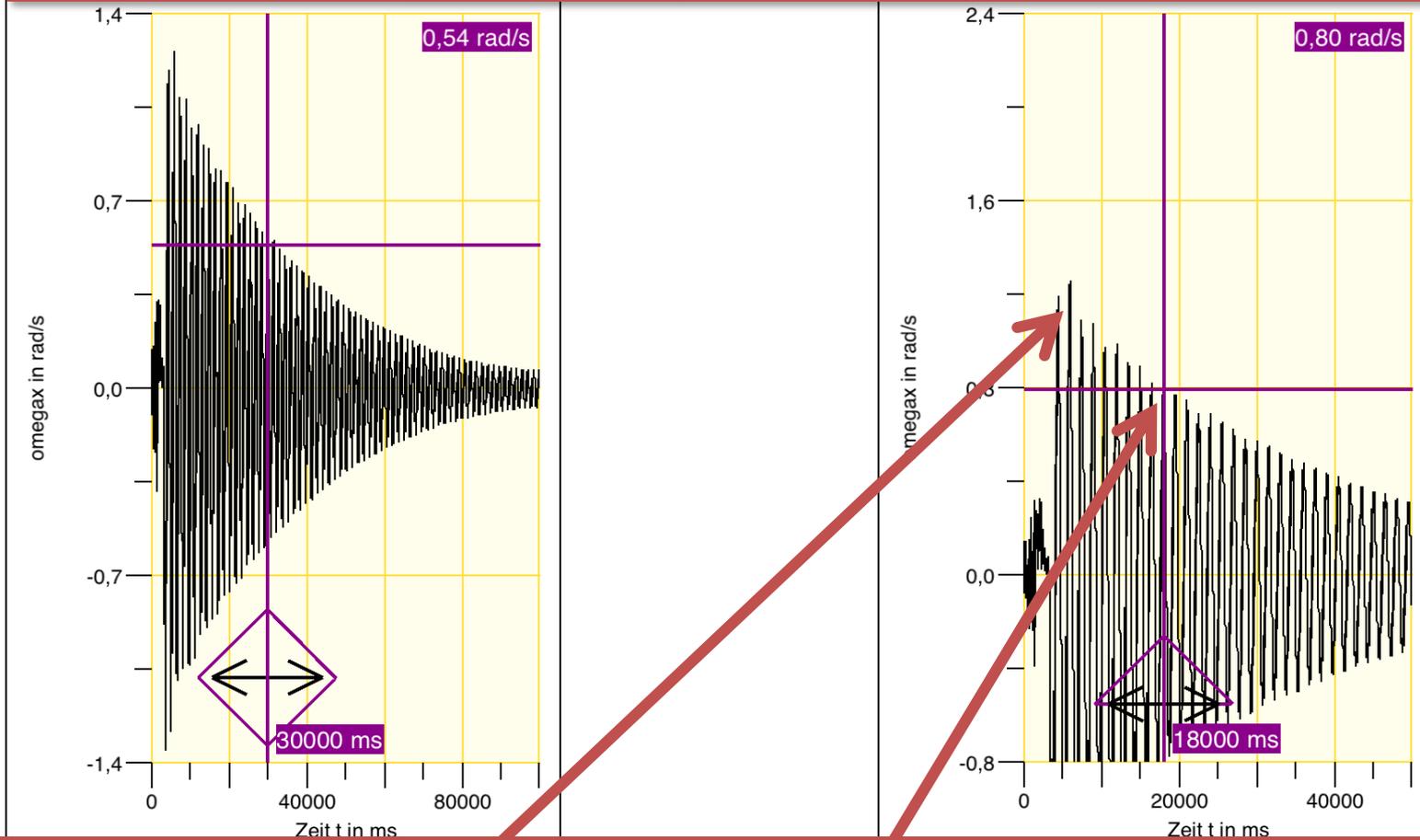
Gemessen wird die Winkelgeschwindigkeit „ $\omega_x(t)$ “



Schwingungsoptimierung und Messung mit Option „Messung mit Gravitation“

Fadenpendel

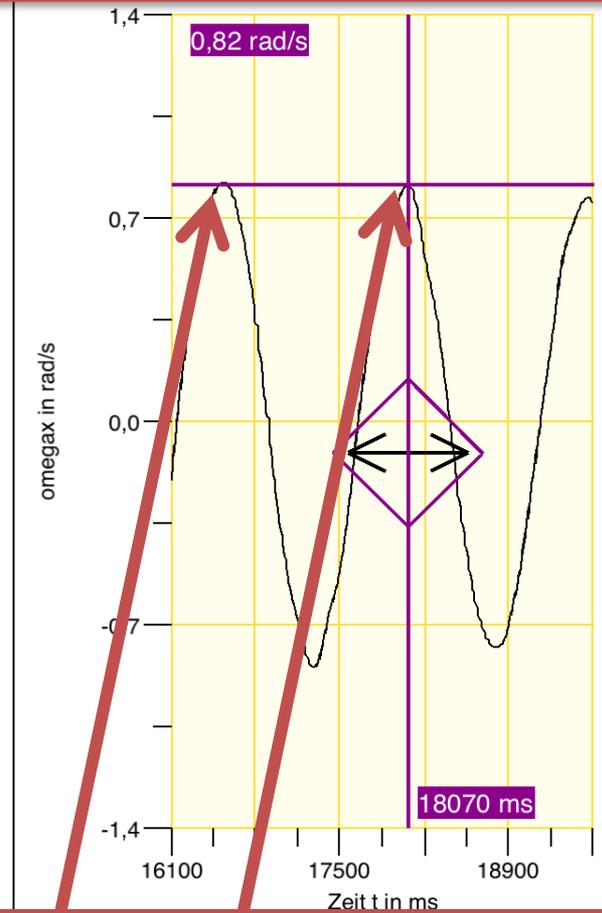
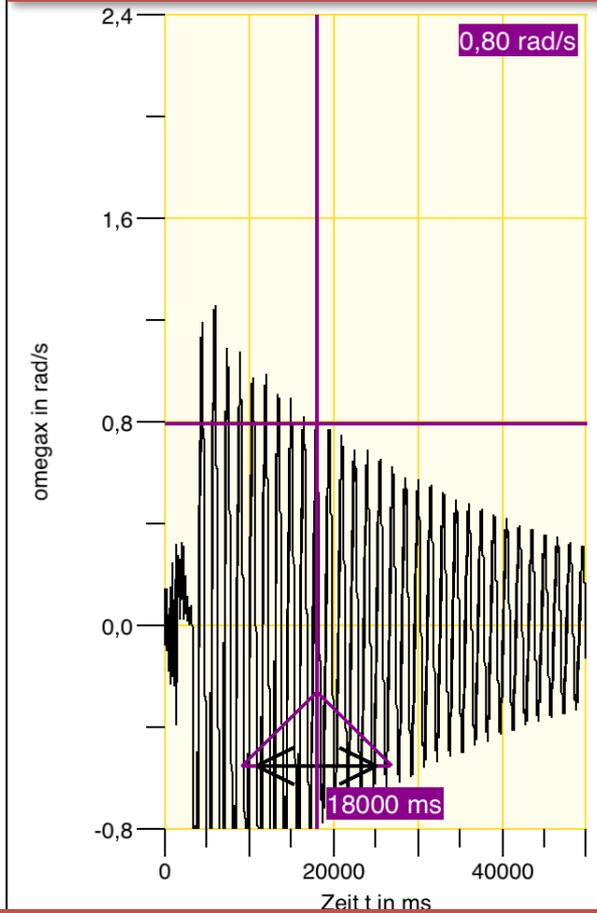
Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Sollte nicht gleich die ersten Maxima verwenden, da sich das Pendel hier noch in der Einschwingphase befindet.

Fadenpendel

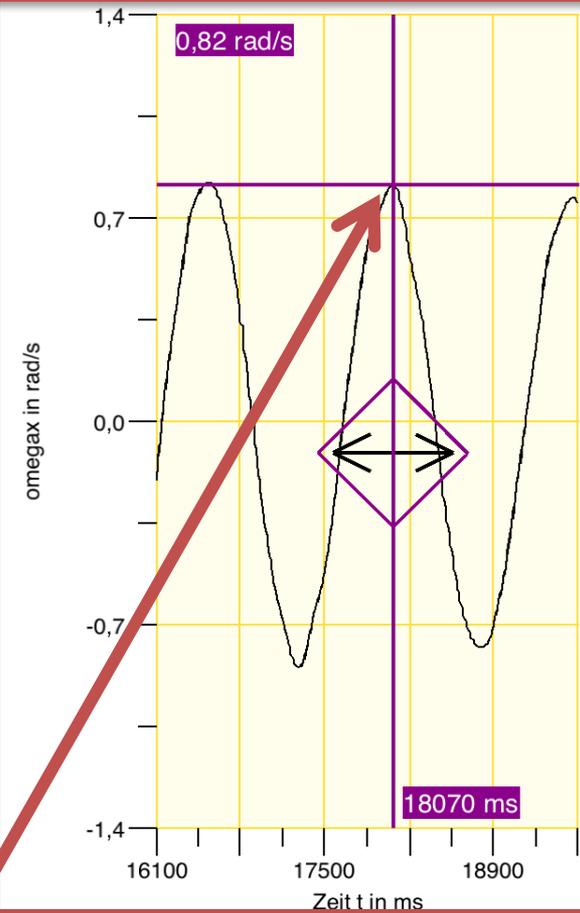
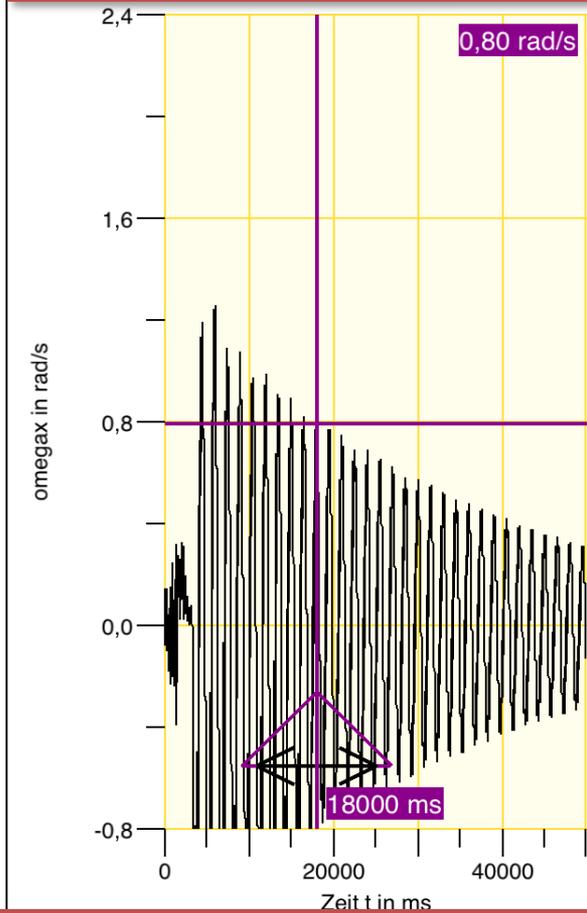
Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Da Dämpfung gering, sollte **nicht** Werte von benachbarten Maxima ablesen, **sondern** zum Beispiel von jedem **fünften Maximum**

Fadenpendel

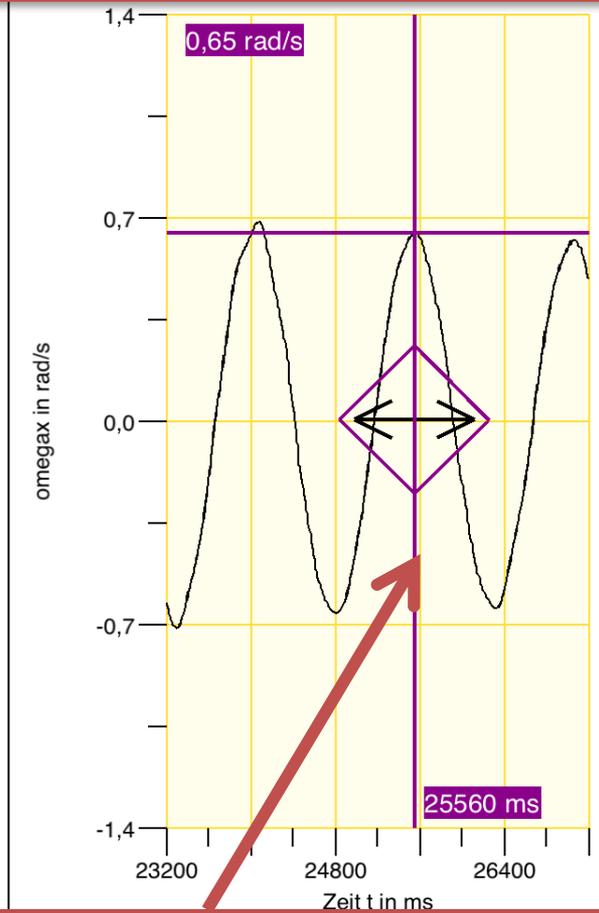
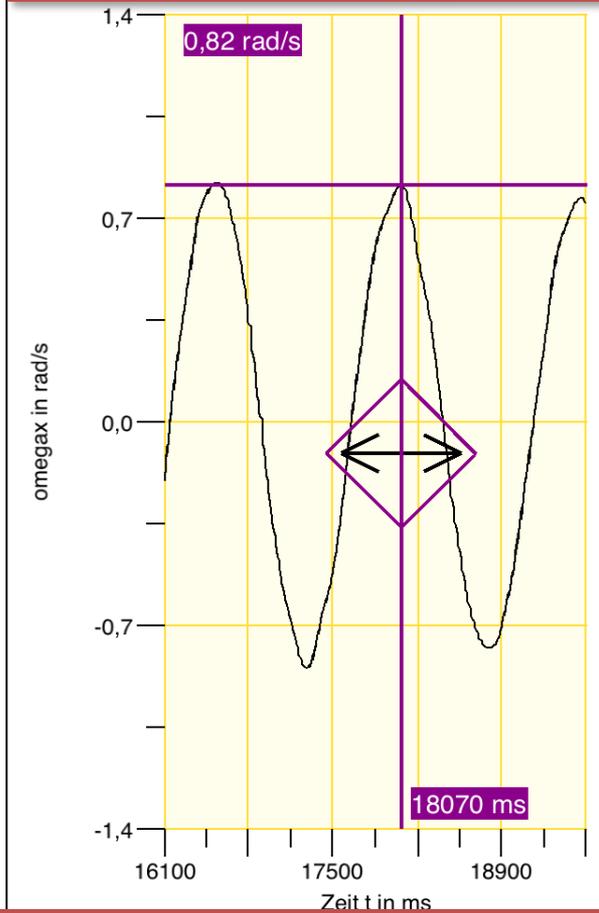
Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Starte bei einem lokalen Maximum.
Notiere die Auslenkung (hier 0,82 rad/s)

Fadenpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?



Fahre dann 5 Maxima weiter und notiere die Auslenkung (hier $0,65 \text{ rad/s}$). Wiederhole diesen Vorgang

Fadenpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Zeit	t_1	$t_2 =$ $t_1 +$ $5 T$	$t_3 =$ $t_2 +$ $5 T$	$t_4 =$ $t_3 +$ $5 T$	$t_5 =$ $t_4 +$ $5 T$	$t_6 =$ $t_5 +$ $5 T$	$t_7 =$ $t_6 +$ $5 T$	$t_8 =$ $t_7 +$ $5 T$	$t_9 =$ $t_8 +$ $5 T$
Lokales Maximum $\omega_{\max}(t)$ in rad/s	0,82	0,65	0,52	0,44	0,35	0,28	0,22	0,17	0,14
$\frac{\omega_{\max}(t_k)}{\omega_{\max}(t_{k+1})}$	1,26	1,25	1,18	1,26	1,25	1,27	1,29	1,21	

Da $\frac{\omega_{\max}(t_k)}{\omega_{\max}(t_{k+1})}$ näherungsweise konstant, kann Dämpfung exponentiell angenähert werden: $\omega_{\max}(t) = \omega_{\max 0} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Fadenpendel

Auswertung der Messung: Ist Dämpfung exponentiell?

Es gilt

$$\frac{\omega_{\max}(t_k)}{\omega_{\max}(t_{k+1})} = \frac{\omega_{\max}(k \cdot 5 T)}{\omega_{\max}((k + 1) \cdot 5 T)} = \frac{e^{-\delta \cdot k \cdot 5 T}}{e^{-\delta \cdot (k+1) \cdot 5 T}} = e^{\delta \cdot 5 T}$$

Und damit

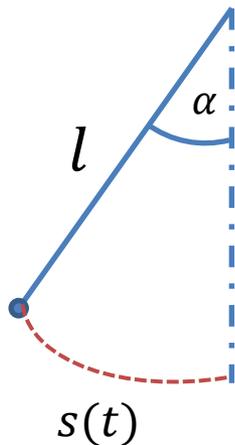
$$\delta = \frac{1}{5 T} \ln \left(\frac{\omega_{\max}(t_k)}{\omega_{\max}(t_{k+1})} \right)$$

Setzt man für $\frac{\omega_{\max}(t_k)}{\omega_{\max}(t_{k+1})}$ den Mittelwert 1,25 und für die Periodendauer 1,42 s ein, so erhält man:

$$\delta = 0,0314 \frac{1}{\text{s}}$$

Fadenpendel

Bin an Abklingkonstante von $s(t)$ interessiert.
Welcher Zusammenhang besteht zwischen $s(t)$ und $\text{omegax}(t)$?



Winkelgeschwindigkeit: $\text{omegax}(t) = \dot{\alpha}(t)$ (Bogenmaß)

Es gilt: $s(t) = l \cdot \alpha(t)$

Damit: $v(t) = \dot{s}(t) = l \cdot \dot{\alpha}(t) = l \cdot \text{omegax}(t)$

Folgerung: $v(t)$ und $\text{omegax}(t)$ sind proportional und haben daher die gleiche Abklingkonstante δ

Wie hängen bei einer exponentiell gedämpften Schwingung die Auslenkung und die Geschwindigkeit zusammen?

$s(t) = s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ mit $v(t) = \dot{s}(t)$ erhalte:

$v(t) = -s_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sqrt{\delta^2 + \omega^2} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = -v_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Wobei $\tan \varphi_0 = \frac{\delta}{\omega}$

Folgerung: $s(t)$, $v(t)$ und $\text{omegax}(t)$ haben die **gleiche Frequenz und Abklingkonstante δ**

Inhaltsübersicht

1. Besonderheiten der App MechanikZ
 2. Bedienung der App MechanikZ: Zoom
 3. Beispiel: Fall eines Smartphones und Tangenteneinblendung
 4. Beispiel: Fahrradfahrt in der waagerechten Aula
 5. Beispiel: Rollerfahrt in der Aula
 6. Beispiel: Fahrt eines ferngesteuerten Spielzeugautos
 7. Beispiel: Vertikales Federpendel und Tangenteneinblendung
 8. Beispiel: Schwache Dämpfung vertikales Federpendel
 9. Beispiel: Stärkere Dämpfung vertikales Federpendel
 10. Beispiel: Wirbelstrombremse vertikales Federpendel
 11. Beispiel: Lineare Dämpfung vertikales Federpendel
 12. Beispiel: Horizontales Federpendel
 13. Beispiel: Fadenpendel
 14. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$
-

Kreisbewegung: $a_{zentri} \sim \omega^2$

Leichtgängiger Drehschemel wird kräftig angestoßen und dann sich selbst überlassen



Start

Diese Box dient nur als Abstandshalter

Achtung: Drehschemel **nicht** auf einen Tisch stellen! Schwingungen des Tisches verfälschen das Ergebnis

START MESSUNG:

Messung mit Gravitation
nur a , F und ω (max. 120 Sekunden)

Messung (schiefe) Ebene
 a , v , s , F , p , ω (max. 120 Sekunden)

AUSWERTUNG:

Schwingungsoptimierung
vor oder nach der Messung

Filter
vor oder nach der Messung

Anfangswerte
nach der Messung

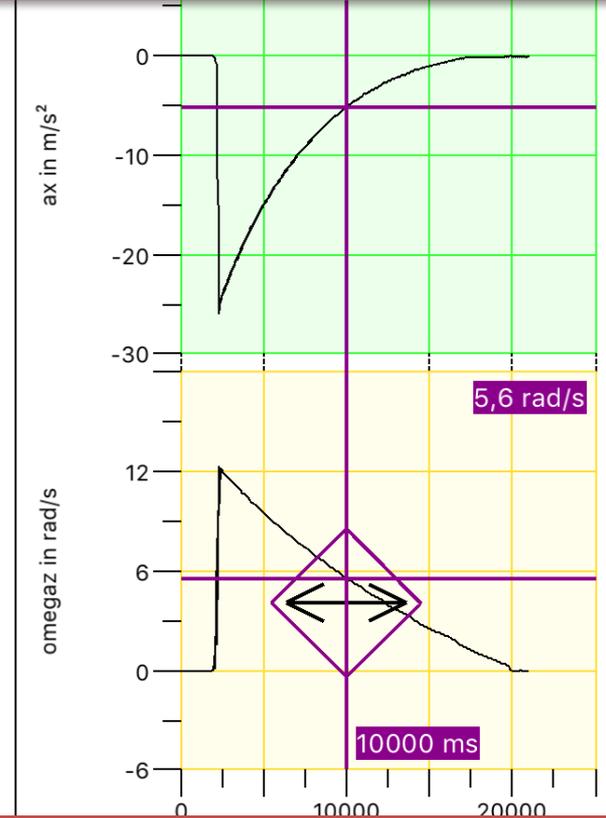
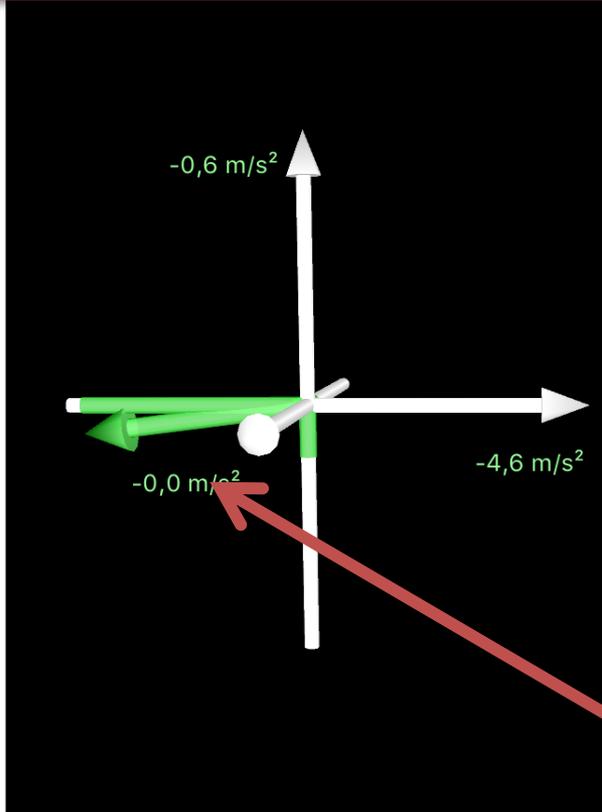
Fit: Funktionsterm
nach der Messung

Öffnen: Messergebnisse

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Kreisbewegung: $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$

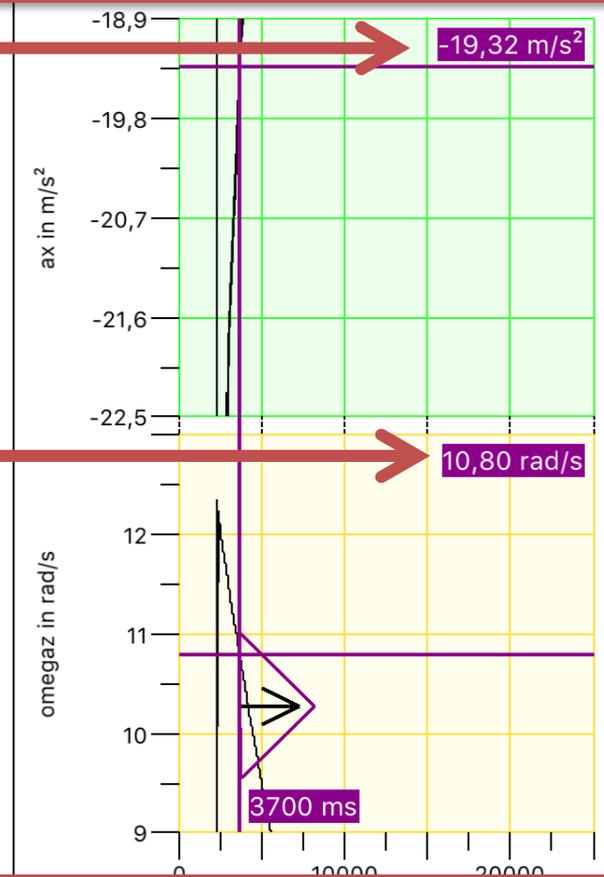
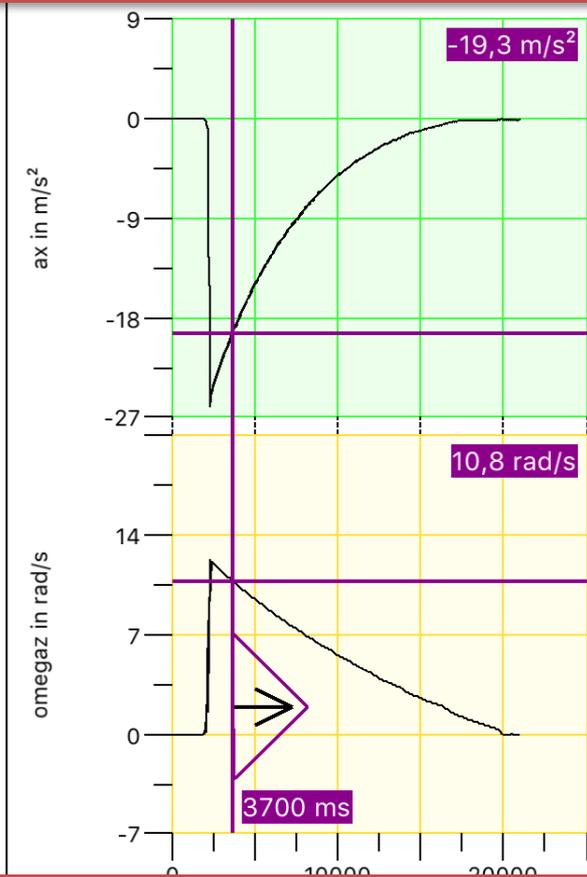
Echtzeitbetrachtung mit Beamer und anschließende Auswertung zur Bestätigung von $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$



Beschleunigungsvektor zeigt nicht exakt zum Kreismittelpunkt, da durch Reibung Kreisbewegung gebremst wird

Kreisbewegung: $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$

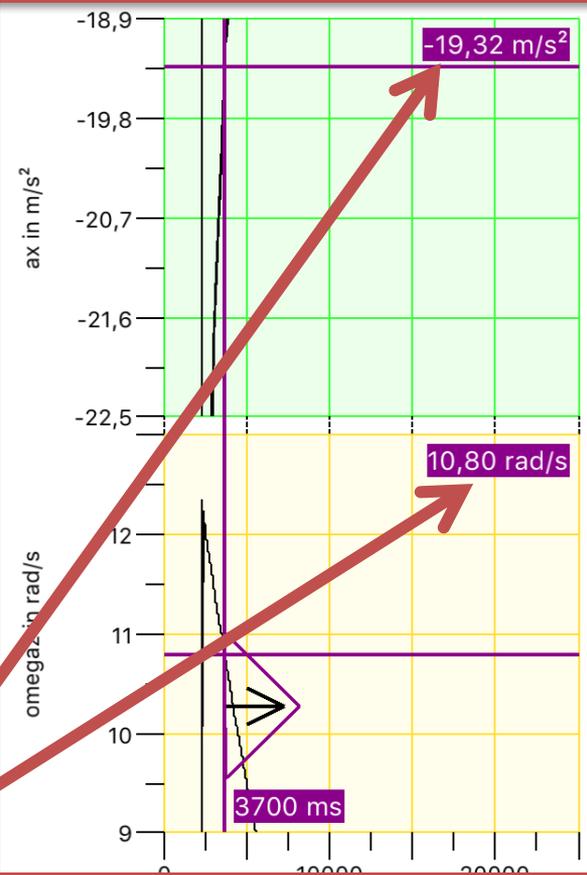
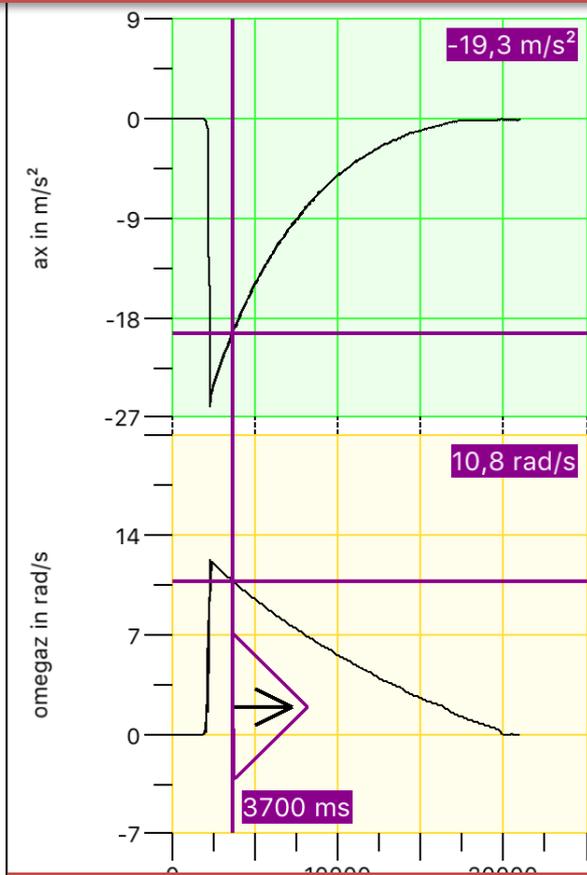
Auswertung zur Bestätigung von $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$



1. Zoome ax- und omegaz-Achse, um Wertepaare (a_x , ω) mit größerer Genauigkeit ablesen zu können

Kreisbewegung: $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$

Auswertung zur Bestätigung von $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$



2. Lese Wertepaare (a_x , ω_{z}) an mehreren Zeitpunkten ab durch Verschiebung von ZZ

Kreisbewegung: $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$

Auswertung zur Bestätigung von $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$

Aus den Schaubildern abgelesene Wertepaare:

ax in m/s²	22,06	20,26	17,83	13,70	8,43	10,55	7,84	5,83	3,42
Omegaz in 1/s	11,54	11,05	10,38	9,11	7,15	7,98	6,89	5,94	4,55
Berechneter Quotient: ax/Omegaz² in m	0,166	0,166	0,165	0,165	0,165	0,166	0,165	0,165	0,165

Ergebnis: Die Messungen bestätigen mit sehr kleinen Abweichungen die Beziehung: $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$

Bemerkung: Je kleiner ax, desto größer wird der relative Fehler aufgrund des Rauschens des Beschleunigungssensors

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Kreisbewegung: $a_{\text{zentri}} \sim v^2$

Für festes r gilt für die Bahngeschwindigkeit v folgende Beziehung: $v = \omega \cdot r$

Folglich ist $a_{\text{zentri}} \sim v^2$ äquivalent zu $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$ für festes r .

Daher wird mit dem oben beschriebenen Versuch zur Bestätigung von $a_{\text{zentri}} \sim \omega^2$ auch $a_{\text{zentri}} \sim v^2$ bestätigt!

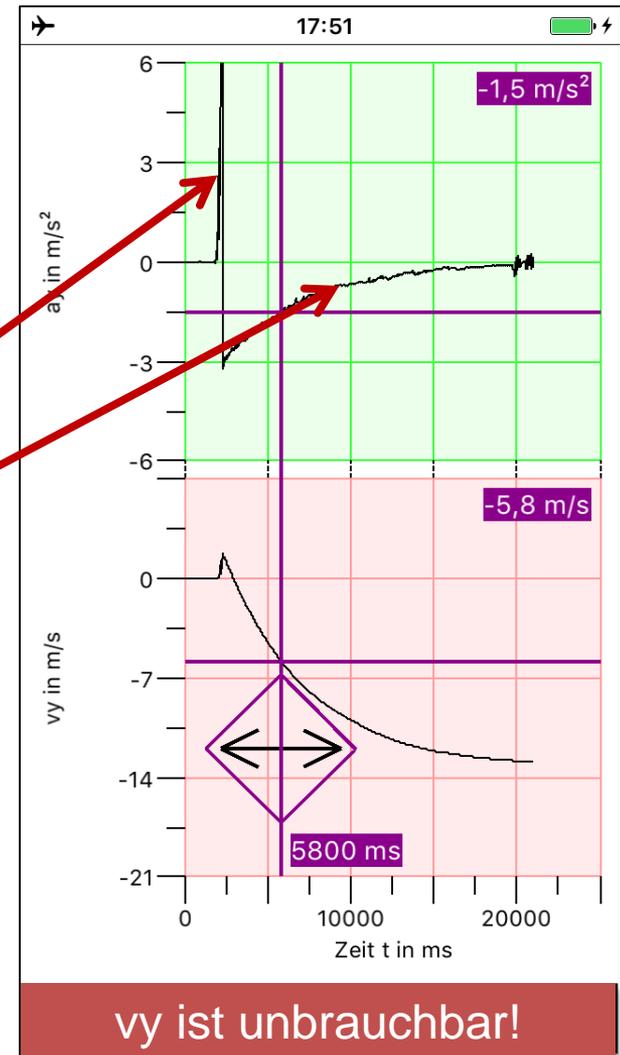
Kann die Bahngeschwindigkeit auch direkt gemessen werden?

Kreisbewegung: $a_{\text{zentri}} \sim v^2$

Kann die Bahngeschwindigkeit auch direkt gemessen werden?



Nein! Kurzzeitig große Beschleunigungen beim Anstoßen kombiniert mit langanhaltend kleinen Bremsbeschleunigungen führen zu sehr großen Fehlern in v_y !



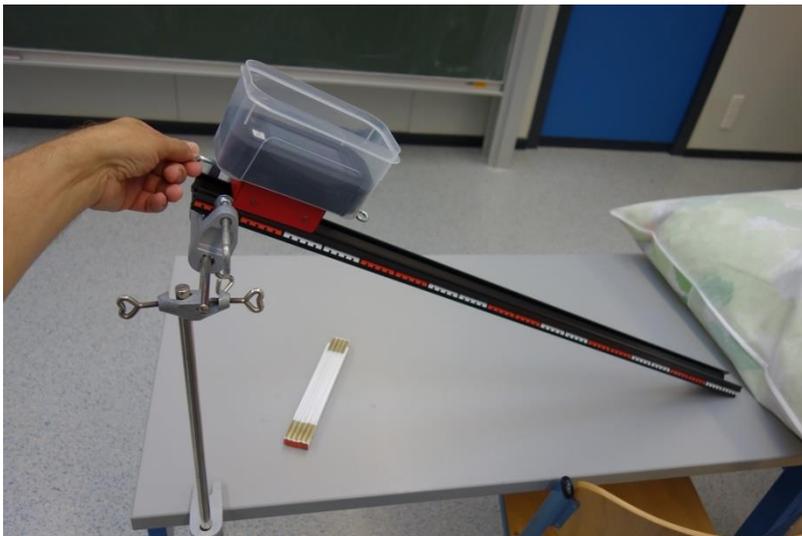
Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. **Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung**
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Schiefe Ebene: glm. beschleunigt

Aufgabe 1: Skizzieren Sie das $v(t)$ - und $s(t)$ -Diagramm eines Wagens, der eine schiefe Ebene hinunterrollt.

Aufgabe 2: Überprüfen Sie Ihre Hypothese.

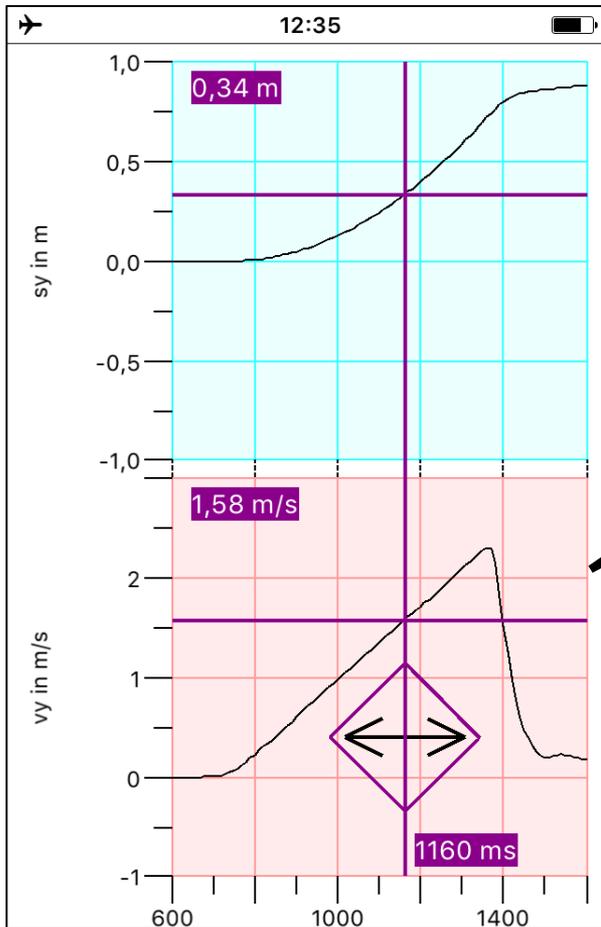


1. Wagen auf Fahrbahn stellen
2. App MechanikZ im Modus: Messung (schiefe) Ebene starten
3. Wagen freigegeben

Hinweis: Fahrbahnsteigung sollte nicht zu gering sein, da sonst der relative Messfehler groß wird

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Beschleunigung, falls eine glm. beschleunigte Bewegung vorliegt.

Schiefe Ebene: glm. beschleunigt



Abbrechen OK

Fit für:

Fit-Term:

Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen

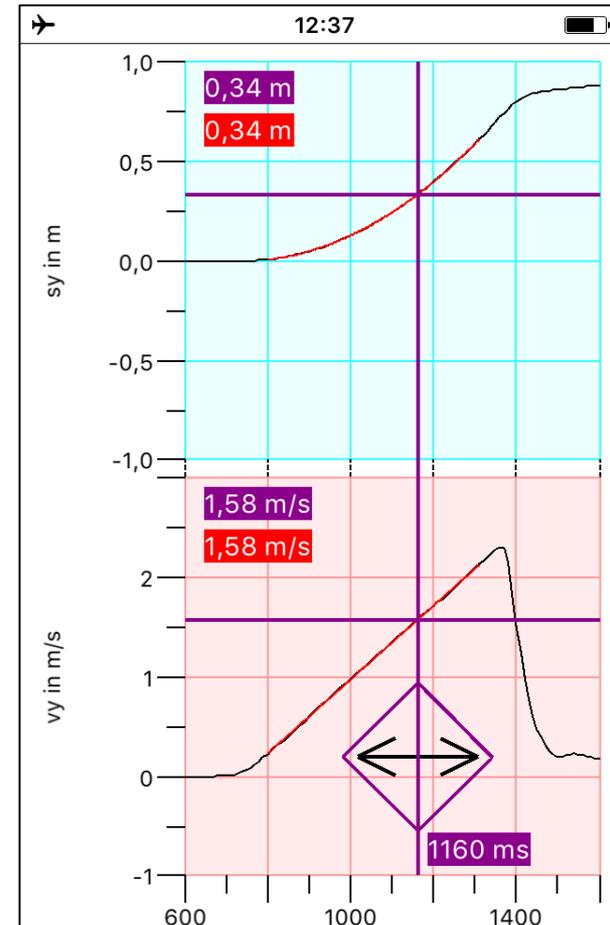
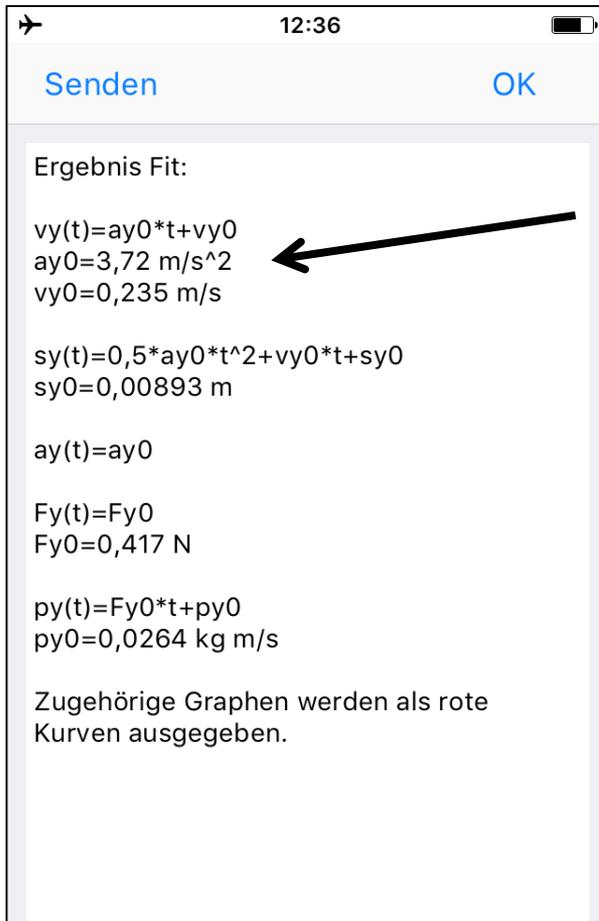
Zeit ZZ: 1163,3 ms

Start Fit: <- ZZ

Ende Fit: <- ZZ

Ist $v_y(t)$ eine Gerade? Überprüfe dies und bestimme ggfs. a_y durch einen linearen Fit an $v_y(t)$

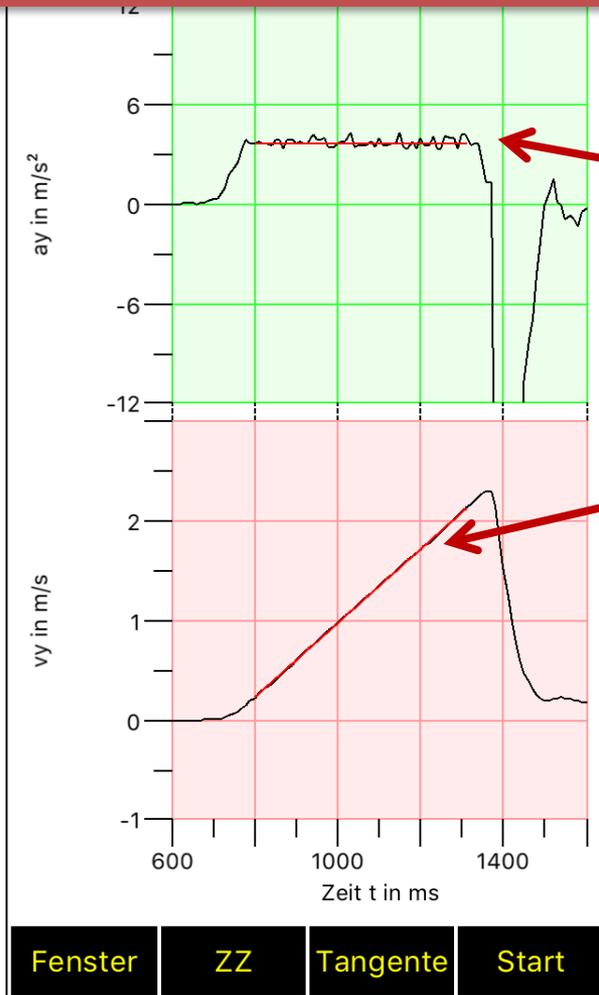
Schiefe Ebene: glm. beschleunigt



Ergebnis: Fitfunktion stimmt sehr genau mit Messwerten überein → glm. beschleunigt mit $a = 3,72 \text{ m/s}^2$

Schiefe Ebene: glm. beschleunigt

Warum bestimme a_y nicht direkt über das $a_y(t)$ -Schaubild?



Durch Vibrationen ist a_y nicht konstant.

Das $v_y(t)$ -Schaubild und das $s_y(t)$ -Schaubild sind hingegen recht glatt, da durch Integration Funktionen geglättet werden.

Schiefe Ebene: glm. beschleunigt

Sollte bei dieser Messung der Tiefpassfilter aktiviert werden?

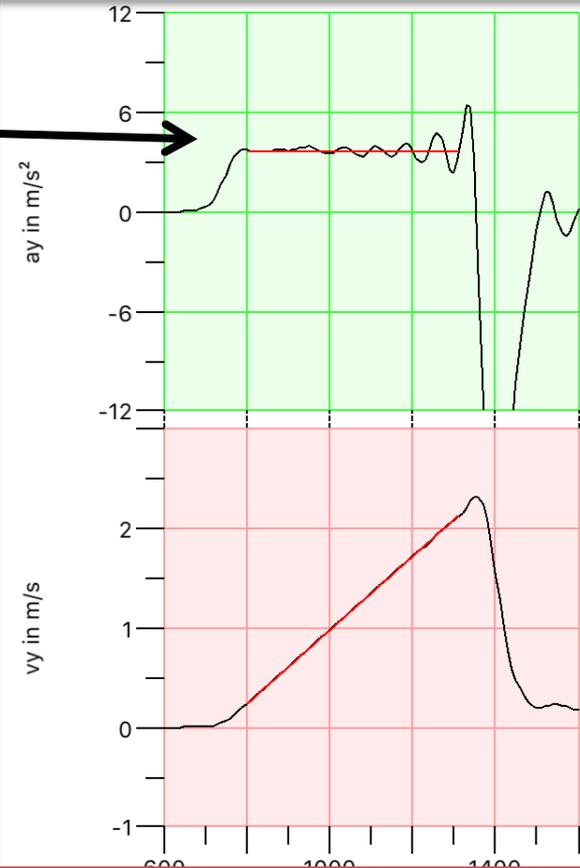
Filtereinstellungen:

OK

Tiefpassfilter aktiv

schwach 68,0% stark

Der Filter kann auch nach der Messung verändert bzw. aktiviert oder deaktiviert werden. Dies ist möglich, da die App die ungefilterten Messwerte und die gefilterten Messwerte speichert. Jedes Mal beim Betätigen des OK-Buttons (siehe oben rechts) werden die ungefilterten Messwerte herangezogen und diese mit den neuen Einstellungen gefiltert und ausgegeben. Damit können die Filtereinstellungen nach der Messung solange verändert werden, bis die optimalen Resultate vorliegen. Dieser Filter ist ein Tiefpassfilter, d.h. es werden alle Frequenzen oberhalb einer Grenzfrequenz herausgefiltert. Die Frequenzen unterhalb dieser Grenzfrequenz werden nicht beeinflusst. Diese



Nein!! Der Tiefpassfilter führt hier zu Überschwingungen aufgrund der scharfen Kante im $a_y(t)$ -Schaubild

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 - 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$**
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Schiefe Ebene: $F_{Hangabtrieb} \sim \sin \alpha$

Aufgabe: Überprüfen Sie die Hypothese: $F_{Hangabtrieb} \sim \sin \alpha$

Lösung:

- 1) Gesamtmasse in App MechanikZ eintragen
- 2) Fenster mit $F_y(t)$ -Schaubild öffnen
- 3) Wagen auf Tisch stellen und „Messung (schiefe) Ebene“ starten

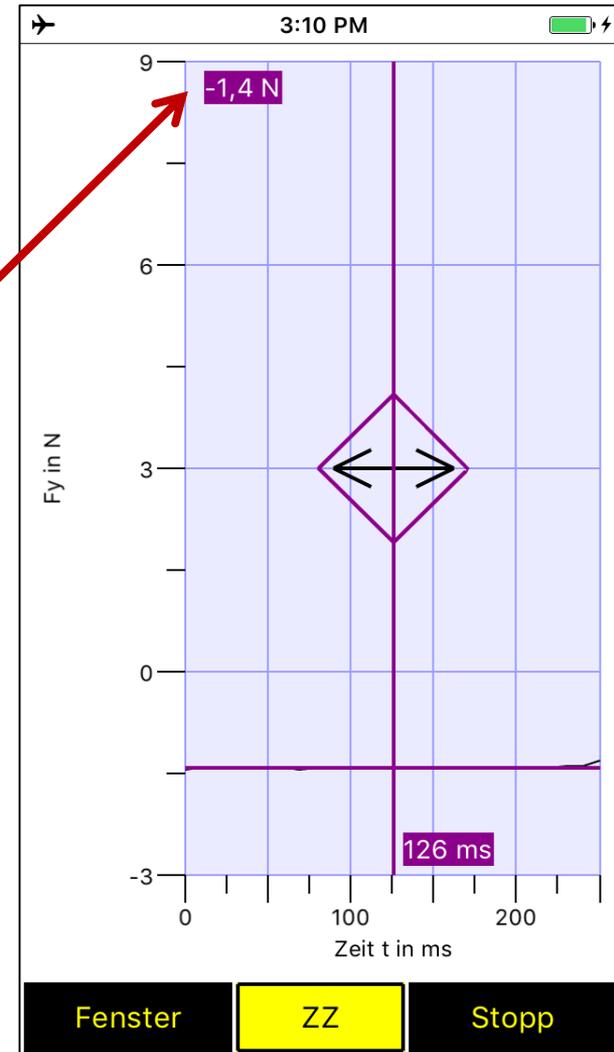
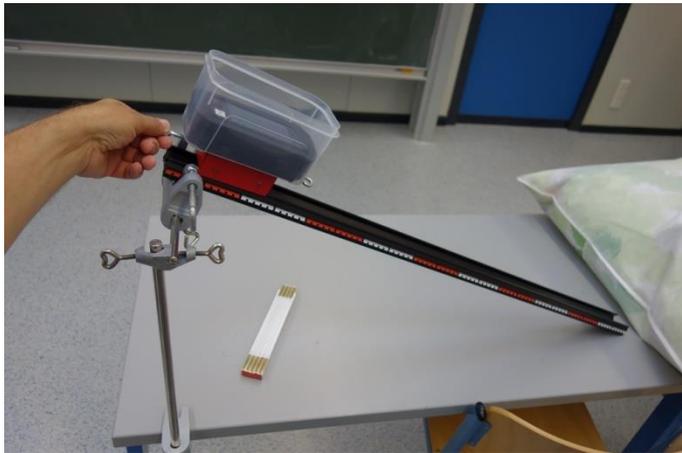


Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Schiefe Ebene: $F_{Hangabtrieb} \sim \sin \alpha$

Fortsetzung der Lösung:

- 4) Zoom-Zentrum „ZZ“ einschalten
- 5) Wagen auf Fahrbahn stellen und festhalten
- 6) F_y aus $F_y(t)$ -Schaubild bei noch laufender Messung ablesen



Schiefe Ebene: $F_{Hangabtrieb} \sim \sin \alpha$

Fortsetzung der Lösung:

- 7) Gemessene Hangabtriebskraft: $F_{Hangabtrieb} = - F_y$
 - 8) Mithilfe des Meterstabs oder eines Geodreiecks $\sin \alpha$ bestimmen
 - 9) Messergebnisse in eine Tabelle eintragen
 - 10) Messungen 1) – 9) mit anderen Winkeln wiederholen
 - 11) Quotienten $F_{Hangabtrieb} / \sin \alpha$ berechnen und überprüfen, ob näherungsweise konstant.
-

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 - 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant**
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

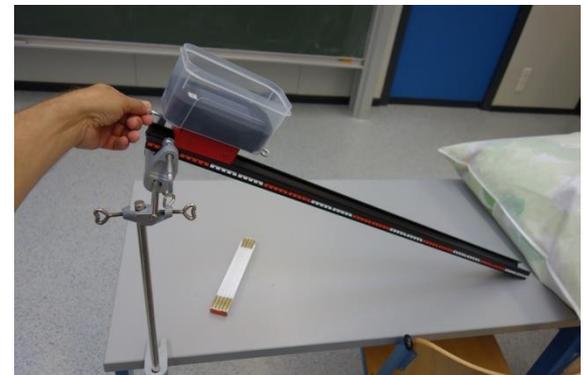
Schiefe Ebene: $F_{Res} \sim a$ für m konstant

Aufgabe: Überprüfen Sie die Hypothese:

$F_{Res} \sim a$ für m konstant

Lösung:

- I. Da $F_{Res} = F_{Hangabtrieb}$ kann F_{Res} , wie auf den vorherigen Folien mit dem Titel „Schiefe Ebene: $F_{Hangabtrieb} \sim \sin \alpha$ “ beschrieben, gemessen werden (Punkte 1) – 7))
- II. Die Beschleunigung a kann, wie auf den vorherigen Folien mit dem Titel „Schiefe Ebene: glm. beschleunigt“ beschrieben, gemessen werden
- III. Für unterschiedliche Winkel (bzw. Höhen) Messungen wiederholen



Schiefe Ebene: $F_{Res} \sim a$ für m konstant

Auswertung der Messergebnisse:

Höhe in cm	14	19	31	38	46	52
F_{Res} in N	0,46	0,65	1,14	1,40	1,69	1,92
a in m/s^2	1,28	1,80	3,06	3,72	4,67	5,13
Berechneter Quotient: F_{Res}/a in kg	0,36	0,36	0,373	0,376	0,362	0,374

Ergebnis: Die Messungen bestätigen mit kleinen Abweichungen die Beziehung: $F_{Res} \sim a$ für m konstant

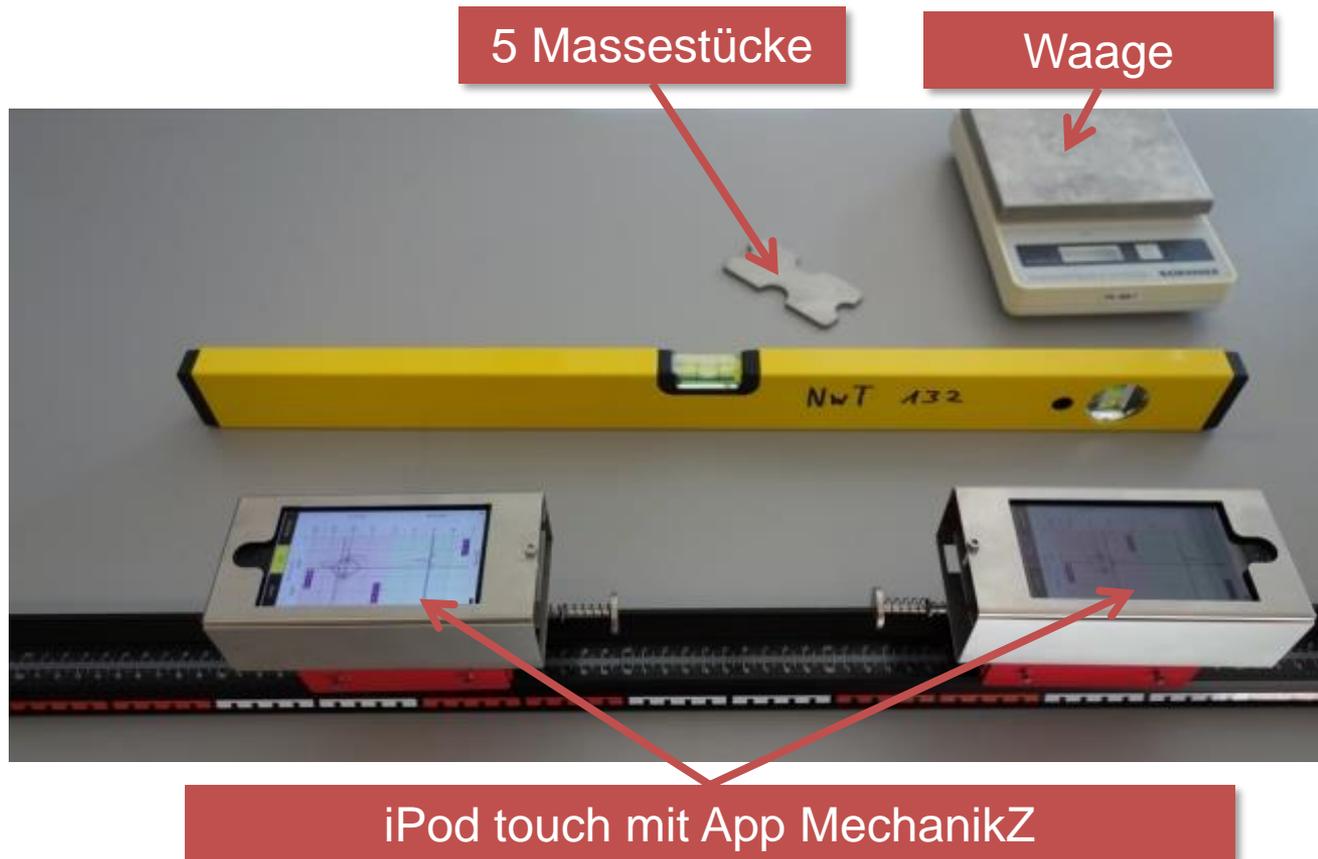
Bemerkung: Je kleiner die Höhe, desto kleiner a , desto größer der relative Fehler aufgrund des Sensorrauschens

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 - 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen**
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Impulserhaltung bei Stößen

Aufgabe: Überprüfen Sie den Impulserhaltungssatz bei einem teilelastischen Stoß. Hierzu stehen folgende Materialien zur Verfügung:



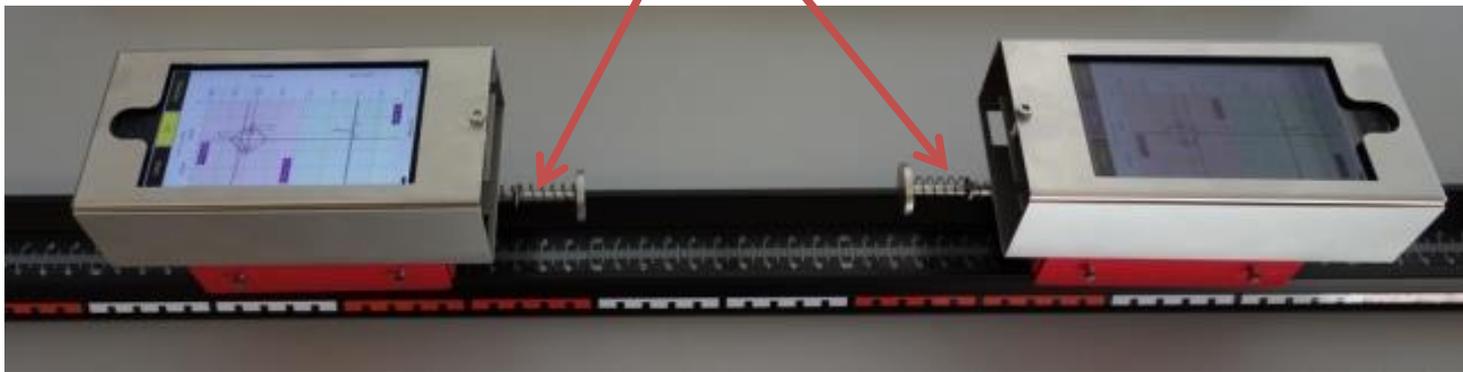
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Impulserhaltung bei Stößen

Wichtiger Hinweis für Lehrer:

Um brauchbare Messwerte für den Impuls zu erhalten, muss die Wechselwirkungszeit beim Anschieben und beim Stoß der Wagen genügend lange sein. Dies ist notwendig, da nur 100 Beschleunigungswerte pro Sekunde aufgenommen werden. Eine zu kurze Wechselwirkungszeit bedeutet zu wenige Messwerte und daher sehr ungenaue Messergebnisse.

Lange, weiche Federn ermöglichen eine genügend lange Wechselwirkungszeit:



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Impulserhaltung bei Stößen

Zunächst muss die Wagenmasse in die App MechanikZ eingegeben werden

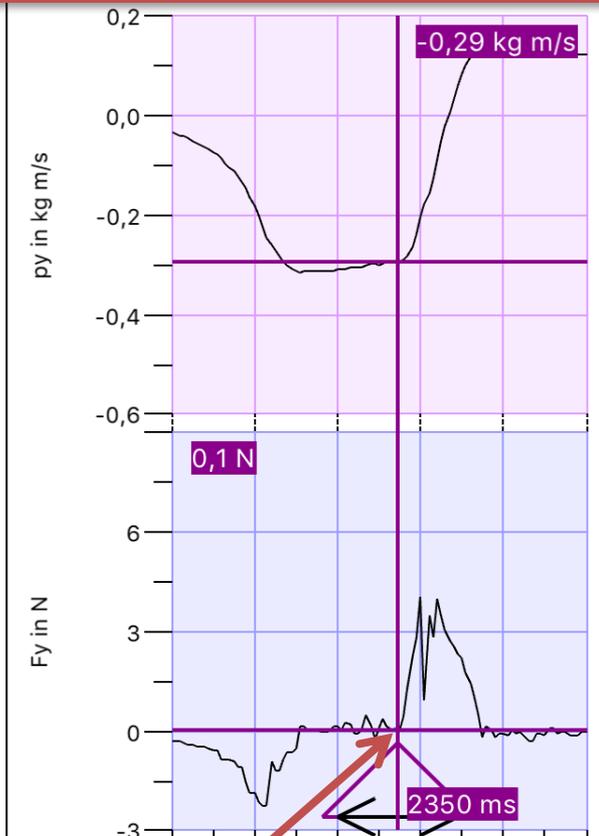
ERGEBNISSE SPEICHERN/OFFNEN
Speichern: Messergebnisse CSV-Datei speichern
Öffnen: Messergebnisse CSV-Datei öffnen
ERGEBNISSE SENDEN
Senden: Messergebnisse per Air Drop, E-Mail, ...
EINSTELLUNGEN:
Masse vor oder nach der Messung
Wartezeit vor der Messung
Startklang vor der Messung
Kalibrierung vor der Messung

Abbrechen	Speichern
Beschleunigte Masse:	
<input type="text" value="500 g"/>	
<p>Die beschleunigte Masse wird benötigt, damit die Kraft und der Impuls berechnet werden können.</p> <p>1. Messung (schiefe) Ebene: Wird das Smartphone auf einer (schiefen) Ebene bewegt, dann gilt: dargestellte Kraft = beschleunigende Kraft (resultierende Kraft).</p> <p>2. Messung mit Gravitation: In diesem Fall gilt: dargestellte Kraft = beschleunigenden Kraft (resultierende Kraft) - Gewichtskraft. Wird das Smartphone nicht beschleunigt, so gilt bei der Messung mit Gravitation: dargestellte Kraft = -Gewichtskraft.</p> <p>Bemerkung: Die Masse kann auch noch nach der Messung geändert werden. Die Kraft- und Impulswerte werden dann automatisch angepasst.</p>	

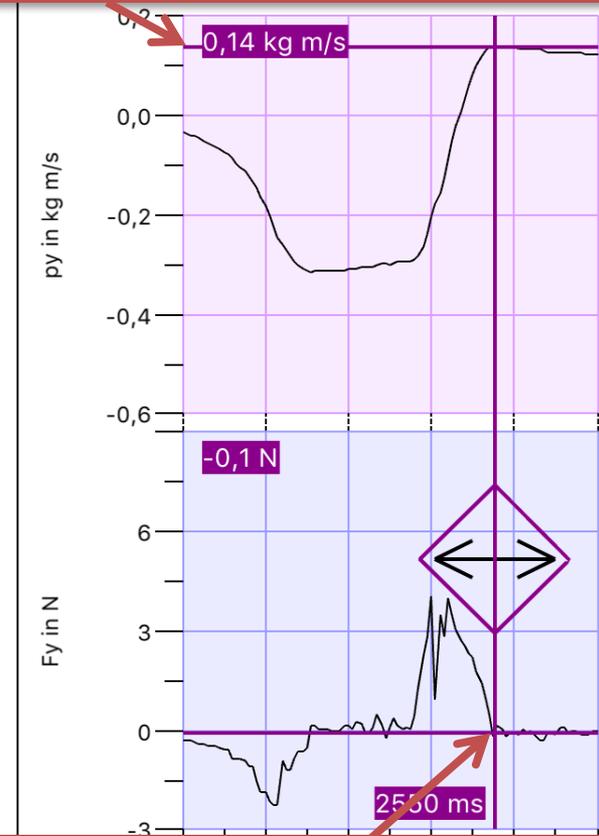
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Impulserhaltung bei Stößen

Wagen 1 (912 g): Bestimmung des Impulses vor und nach dem Stoßvorgang



Wähle hierzu Zeitpunkt, an dem die Wechselwirkung gerade noch nicht begonnen hat

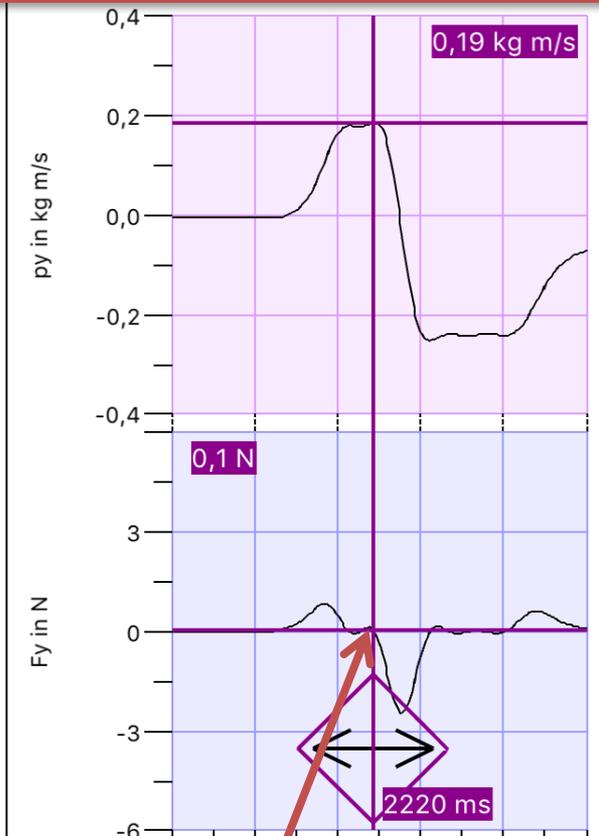


Wähle hierzu Zeitpunkt, an dem die Wechselwirkung gerade beendet wurde

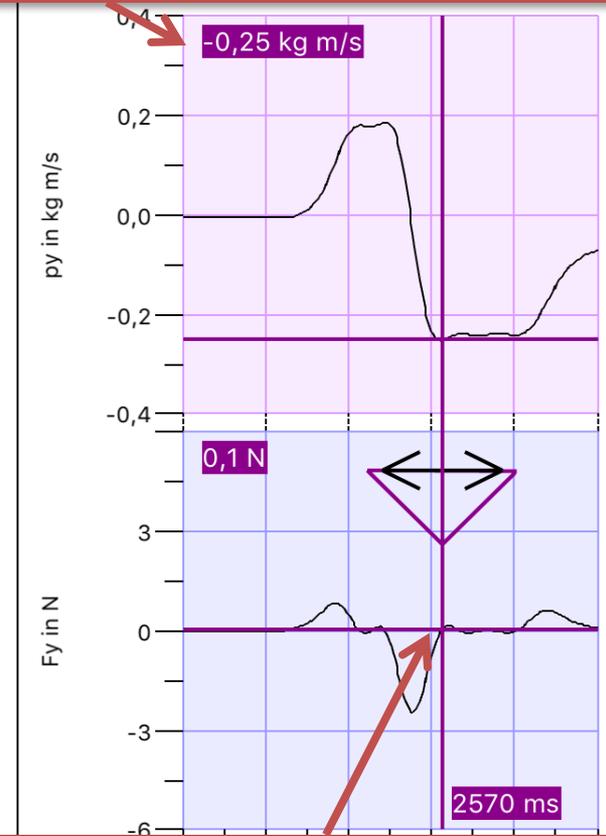
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Impulserhaltung bei Stößen

Wagen 2 (500 g): Bestimmung des Impulses vor und nach dem Stoßvorgang



Wähle hierzu Zeitpunkt, an dem die Wechselwirkung gerade noch nicht begonnen hat



Wähle hierzu Zeitpunkt, an dem die Wechselwirkung gerade beendet wurde

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Impulserhaltung bei Stößen

Ergebnis dieser einen Messung:

Vor dem Stoßvorgang:

$$p_{ges} = p_1 + p_2 = -0,29 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,19 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -0,10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nach dem Stoßvorgang:

$$\hat{p}_{ges} = \hat{p}_1 + \hat{p}_2 = 0,14 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,25 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -0,11 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Somit:

$$p_{ges} \approx \hat{p}_{ges}$$

Impulserhaltung bei Stößen

Weitere Messergebnisse

		Vor dem Stoß			Nach dem Stoß		
m_1 in g	m_2 in g	p_1 in kg m/s	p_2 in kg m/s	p_{ges} in kg m/s	\hat{p}_{ges} in kg m/s	\hat{p}_1 in kg m/s	\hat{p}_2 in kg m/s
500	500	0,00	0,19	0,19	0,17	0,21	-0,04
500	500	-0,19	0,00	-0,19	-0,19	0,00	-0,19
500	500	-0,20	0,20	0,00	-0,05	0,20	-0,25
500	500	-0,15	0,16	0,01	-0,02	0,16	-0,18
603	500	-0,24	0,24	0,00	-0,07	0,18	-0,25
603	500	-0,23	0,00	-0,23	-0,23	-0,02	-0,21
603	500	-0,16	0,20	0,04	0,00	0,21	-0,21
706	500	0,00	0,23	0,23	0,20	0,24	-0,04
706	500	-0,26	0,19	-0,07	-0,07	0,21	-0,28
706	500	-0,26	0,00	-0,26	-0,26	-0,02	-0,24

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Impulserhaltung bei Stößen

Weitere Messergebnisse

		Vor dem Stoß			Nach dem Stoß		
m_1 in g	m_2 in g	p_1 in kg m/s	p_2 in kg m/s	p_{ges} in kg m/s	\hat{p}_{ges} in kg m/s	\hat{p}_1 in kg m/s	\hat{p}_2 in kg m/s
809	500	0,00	0,26	0,26	0,22	0,28	-0,06
809	500	-0,23	0,00	-0,23	-0,23	-0,04	-0,19
809	500	-0,24	0,18	-0,06	-0,08	0,18	-0,26
912	500	0,00	0,21	0,21	0,17	0,27	-0,10
912	500	-0,26	0,00	-0,26	-0,25	-0,05	-0,20
912	500	-0,29	0,19	-0,10	-0,11	0,14	-0,25
1015	500	0,00	0,21	0,21	0,18	0,28	-0,10
1015	500	-0,29	0,00	-0,29	-0,26	-0,07	-0,19

Fazit: Messergebnisse brauchbar, aber teilweise ungenau

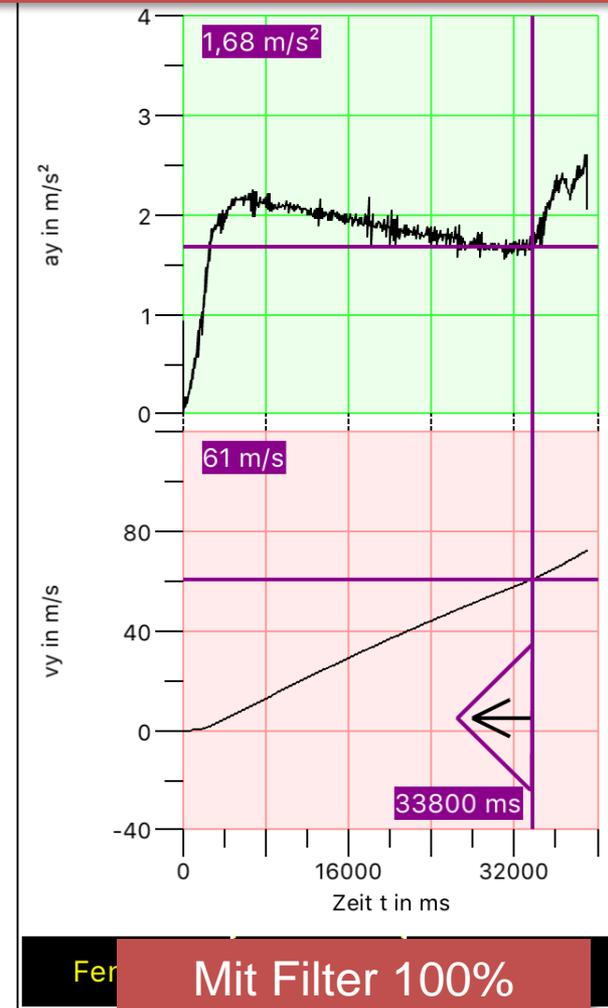
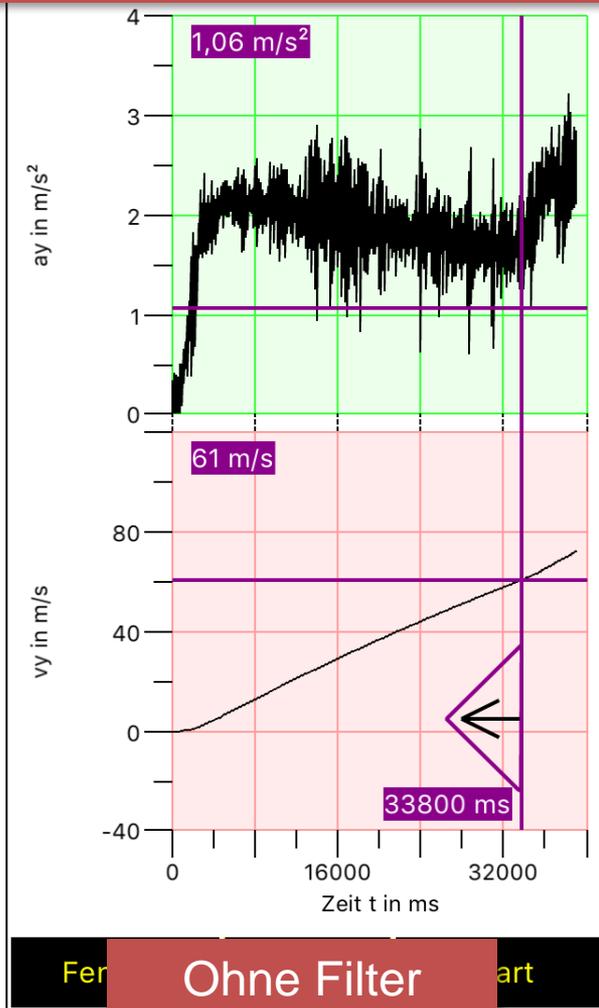
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 - 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn**
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Flugzeugstart auf Startbahn

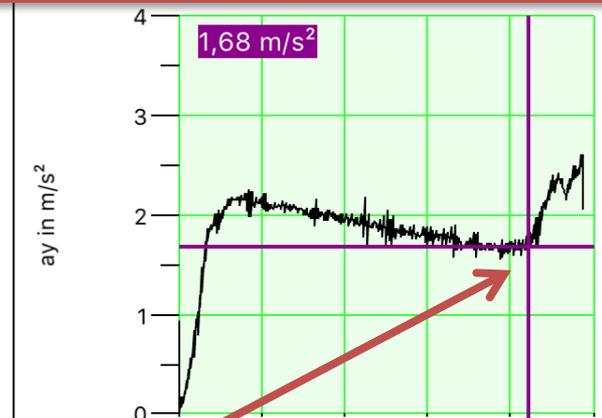
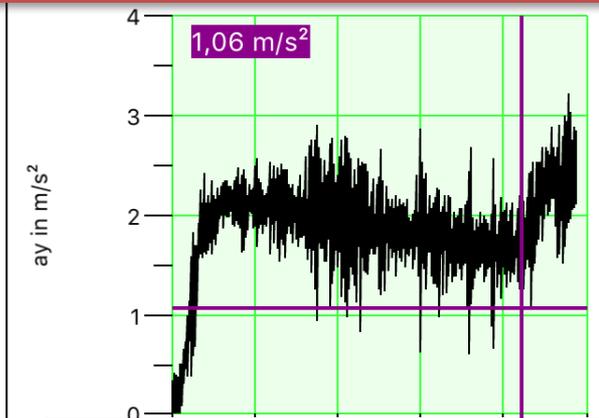
Boeing 737 – 800 Start solange auf Startbahn



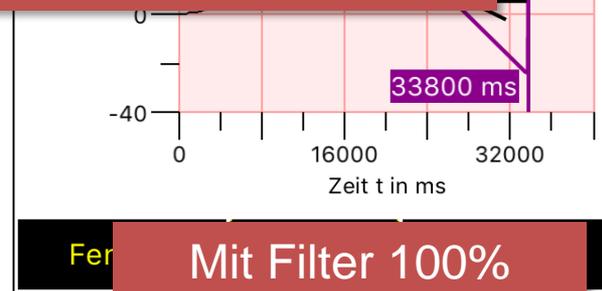
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Flugzeugstart auf Startbahn

Boeing 737 – 800 Start solange auf Startbahn



Flugzeug hebt nach ca. 33 Sekunden ab. Bis zu diesem Zeitpunkt sind die Messwerte gut, da das Flugzeug sich auf einer Ebene bewegt und Messung (schiefe) Ebene gewählt wurde. Danach kann Messwerte wegen Flugzeugneigung nicht mehr verwenden



Fer Ohne Filter art

Fer Mit Filter 100% art

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Flugzeugstart auf Startbahn

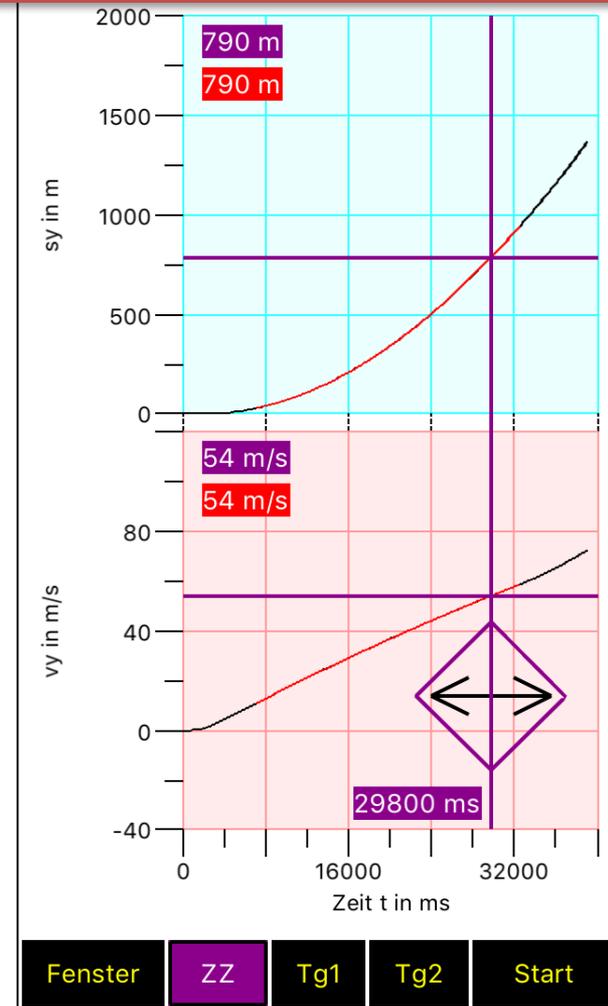
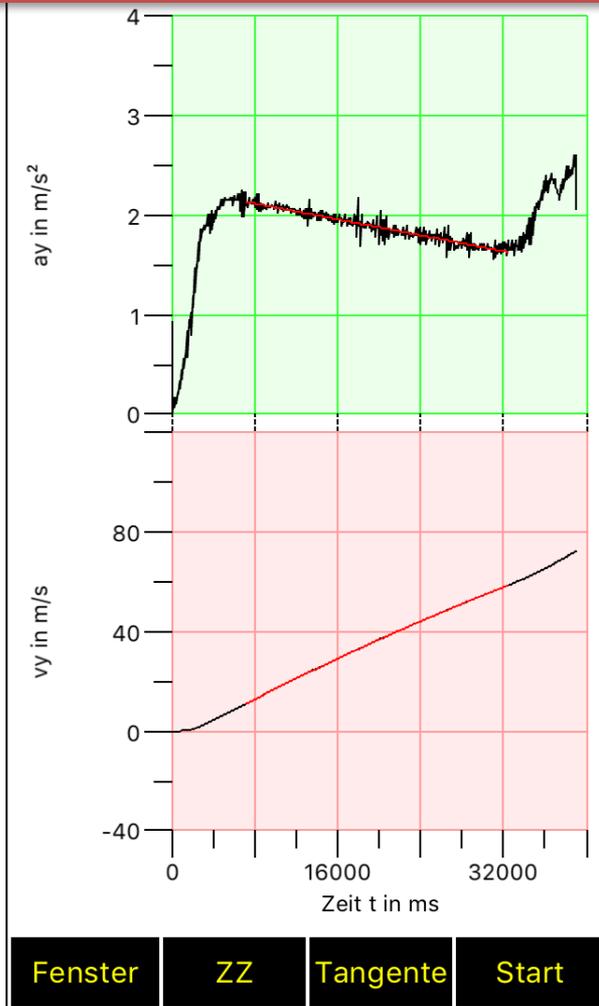
Linearer Fit an a_y während Startphase auf Startbahn

Abbrechen	OK		Senden	OK
Fit für:	<input type="text" value="ay(t)"/>		Ergebnis Fit:	
Fit-Term:	<input type="text" value="ay(t)=b1*t+ay0"/>		$a_y(t)=b1*t+ay0$ $b1=-0,0200 \text{ m/s}^3$ $ay0=2,14 \text{ m/s}^2$	Anfangs- beschleunigung
Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen			$v_y(t)=0.5*b1*t^2+ay0*t+vy0$ $vy0=11,1 \text{ m/s}$	
Zeit ZZ:	32669,7 ms		$s_y(t)=b1/6*t^3+ay0/2*t^2+vy0*t+sy0$ $sy0=29,9 \text{ m}$	
Start Fit:	<input type="text" value="7149,3 ms"/> <- ZZ	Abnahme der Beschleunigung aufgrund des Luftwiderstandes	$F_y(t)=d1*t+Fy0$ $d1=-0,00223 \text{ N/s}$ $Fy0=0,239 \text{ N}$	
Ende Fit:	<input type="text" value="32488,7 ms"/> <- ZZ		$p_y(t)=0.5*d1*t^2+Fy0*t+py0$ $py0=1,24 \text{ kg m/s}$	
			Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.	

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Flugzeugstart auf Startbahn

Linearer Fit an a_y führt zu genauen Näherungen für v_y und s_y



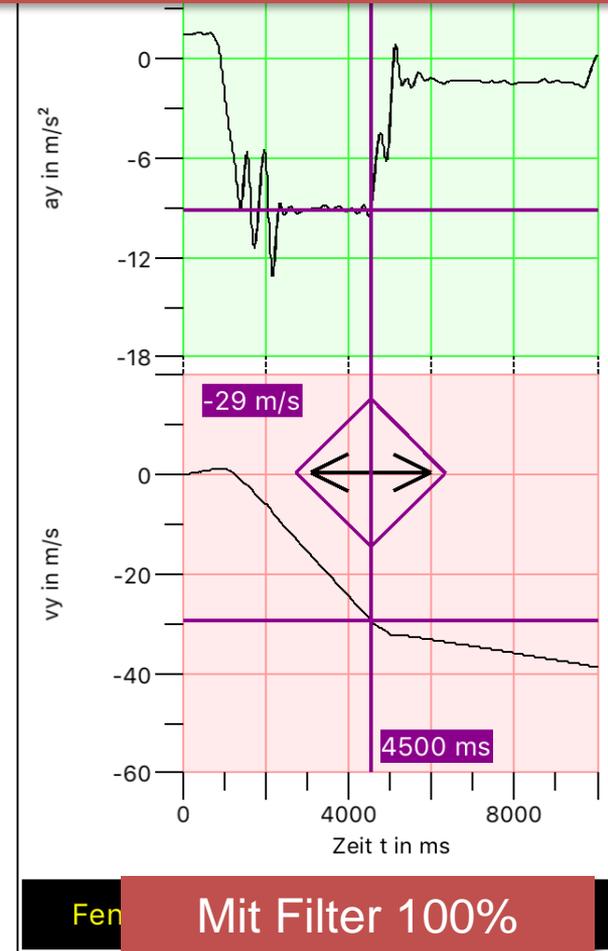
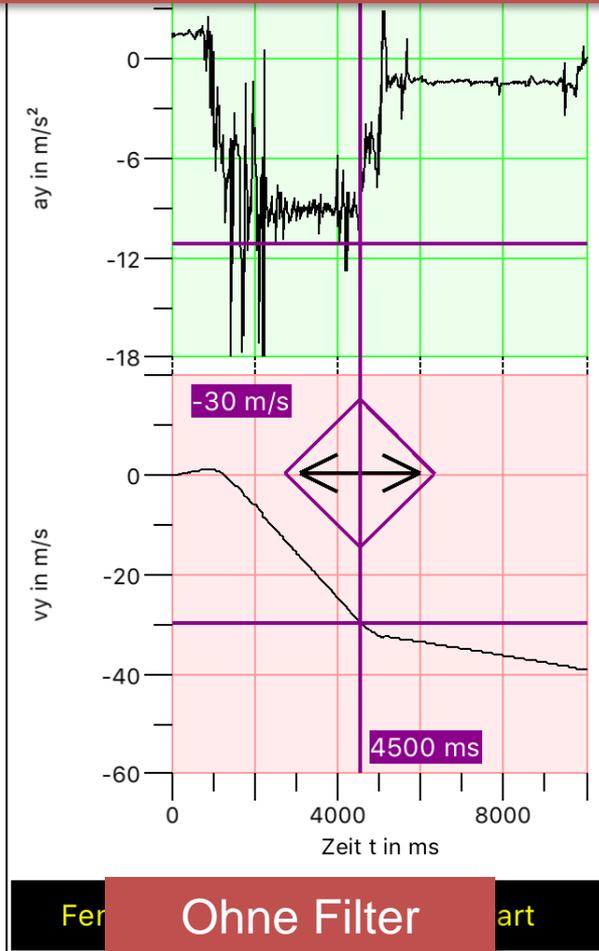
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Achterbahn Blue Fire

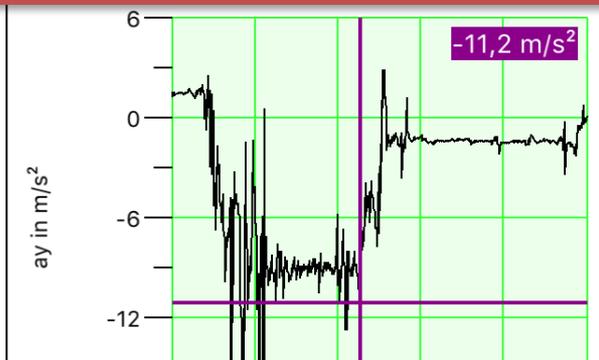
Anfängliche Beschleunigungsphase auf waagerechter Ebene
y-Achse zeigt entgegen der Fahrtrichtung



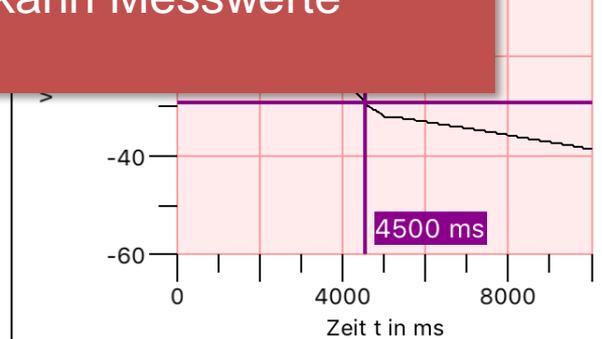
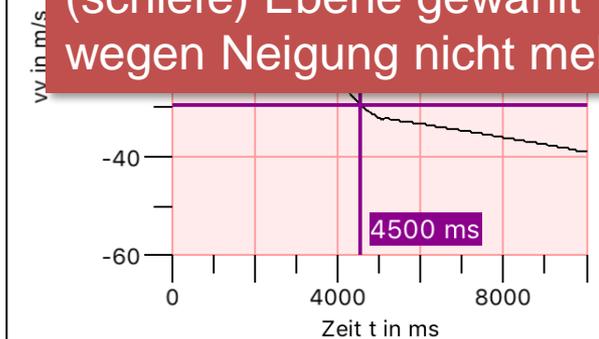
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Achterbahn Blue Fire

Anfängliche Beschleunigungsphase auf waagerechter Ebene



Achterbahn verlässt nach ca. 45 Sekunden die waagerechte Ebene. Bis zu diesem Zeitpunkt sind die Messwerte gut, da die Achterbahn sich auf einer Ebene bewegt und Messung (schiefe) Ebene gewählt wurde. Danach kann Messwerte wegen Neigung nicht mehr verwenden



Fer Ohne Filter art

Fer Mit Filter 100% art

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Achterbahn Blue Fire

Linearer Fit an v_y während Beschleunigungsphase auf waagerechter Ebene

Abbrechen OK

Fit für:

Fit-Term:

Zeit über Fadenkreuz ZZ einstellen

Zeit ZZ: 4276,0 ms

Start Fit: **<- ZZ**

Ende Fit: **<- ZZ**



Senden OK

Ergebnis Fit:

$v_y(t)=a_{y0} \cdot t + v_{y0}$
 $a_{y0} = -9,129 \text{ m/s}^2$
 $v_{y0} = -0,438 \text{ m/s}$

$s_y(t) = 0,5 \cdot a_{y0} \cdot t^2 + v_{y0} \cdot t + s_{y0}$
 $s_{y0} = 0,910 \text{ m}$

$a_y(t) = a_{y0}$

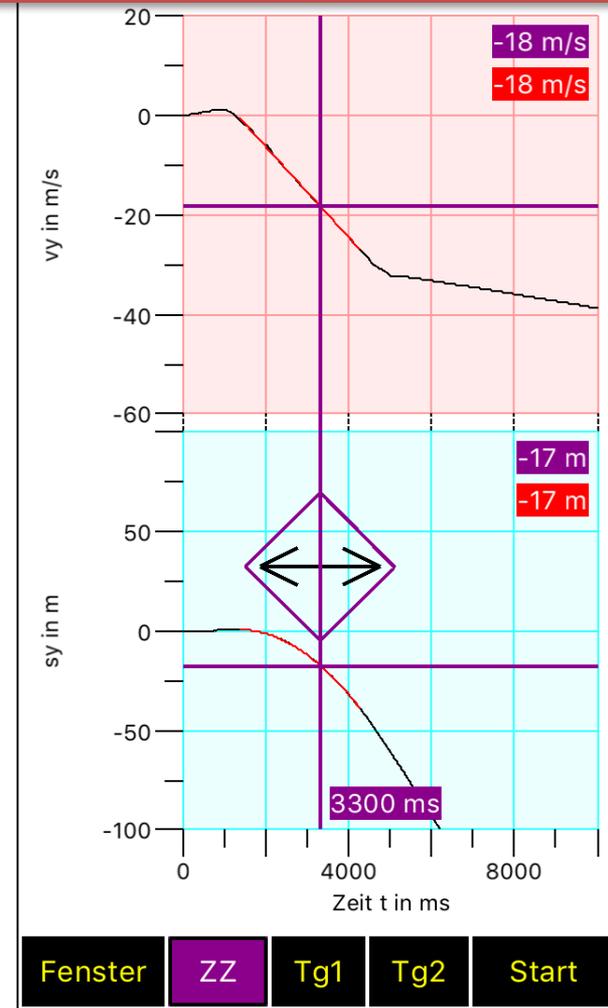
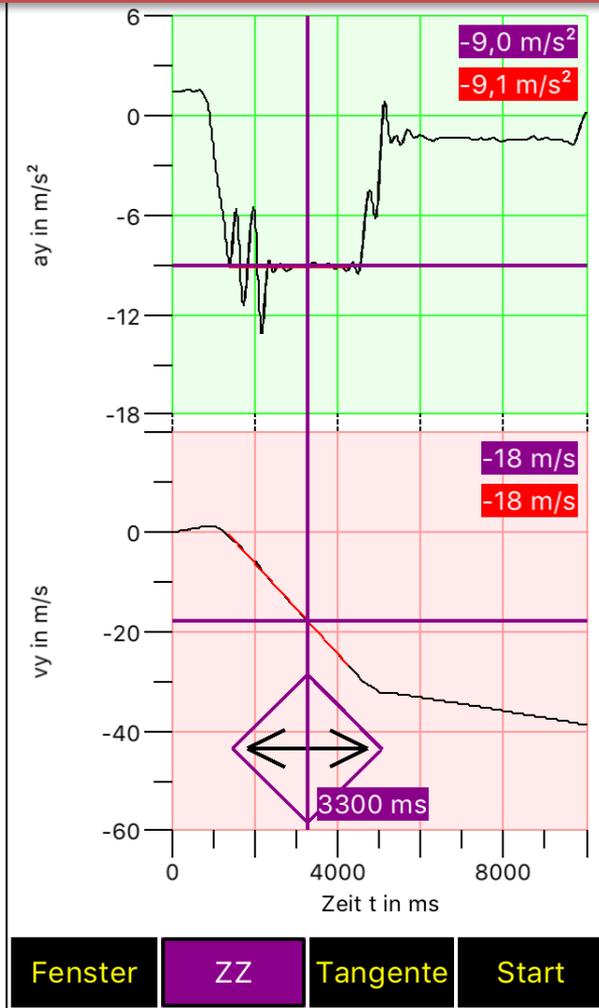
$F_y(t) = F_{y0}$
 $F_{y0} = -1,022 \text{ N}$

$p_y(t) = F_{y0} \cdot t + p_{y0}$
 $p_{y0} = -0,0490 \text{ kg m/s}$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.

Achterbahn Blue Fire

Glm. Beschleunigung während Beschleunigungsphase auf waagerechter Ebene



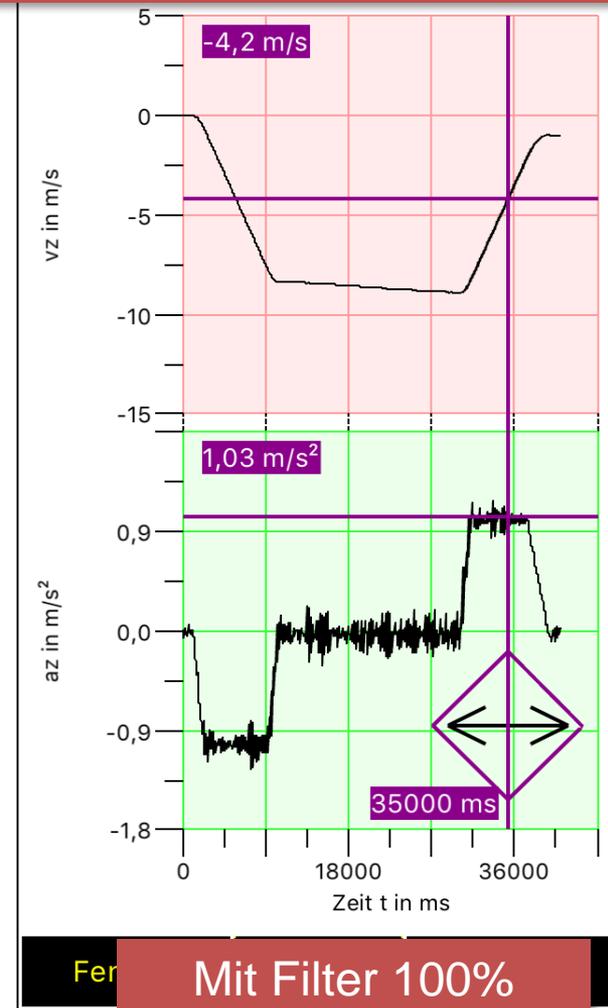
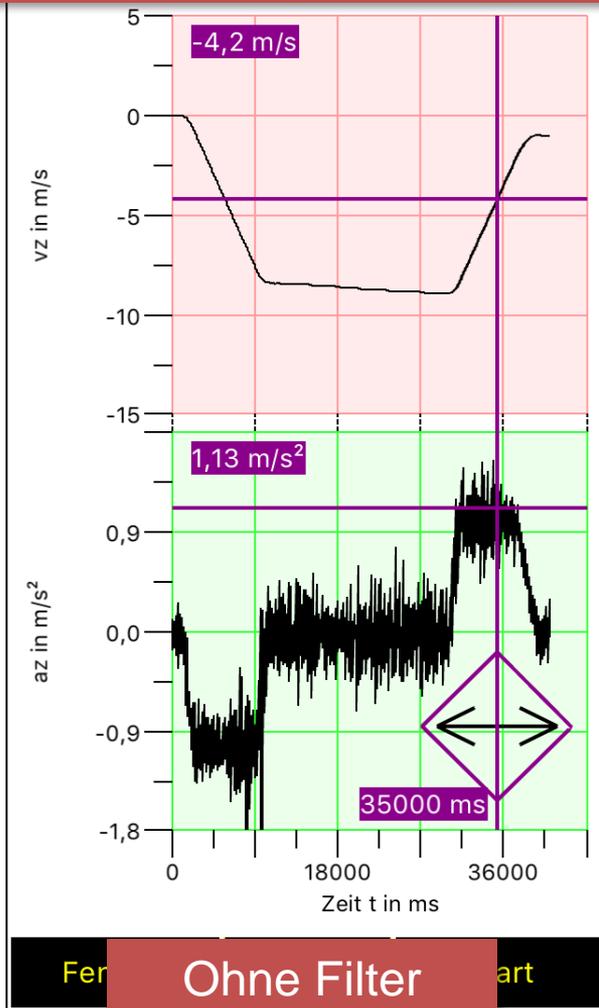
Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Inhaltsübersicht

15. Beispiel: Kreisbewegung: Überprüfung $a_{\text{zentri}} \sim v^2$
 16. Beispiel: Schiefe Ebene: glm. beschleunigte Bewegung
 17. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Hangabtrieb}} \sim \sin \alpha$
 18. Beispiel: Schiefe Ebene: Überprüfung $F_{\text{Res}} \sim a$ für m konstant
 19. Beispiel: Impulserhaltung bei Stößen
 20. Beispiel: Flugzeugstart auf Startbahn
 21. Beispiel: Achterbahn Blue Fire (waagerechte Beschleunigungsphase)
 22. Beispiel: Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil
-

Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil

Besucheraufzugsfahrt von der Aussichtsplattform (Höhe: 232 m) nach unten



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil

Näherungsweise glm. beschleunigt beim Anfahren (z-Achse entgegen Fahrtrichtung)

Senden

OK

Ergebnis Fit:

$$vz(t) = az0 \cdot t + vz0$$
$$az0 = -1,028 \text{ m/s}^2$$
$$vz0 = -0,829 \text{ m/s}$$

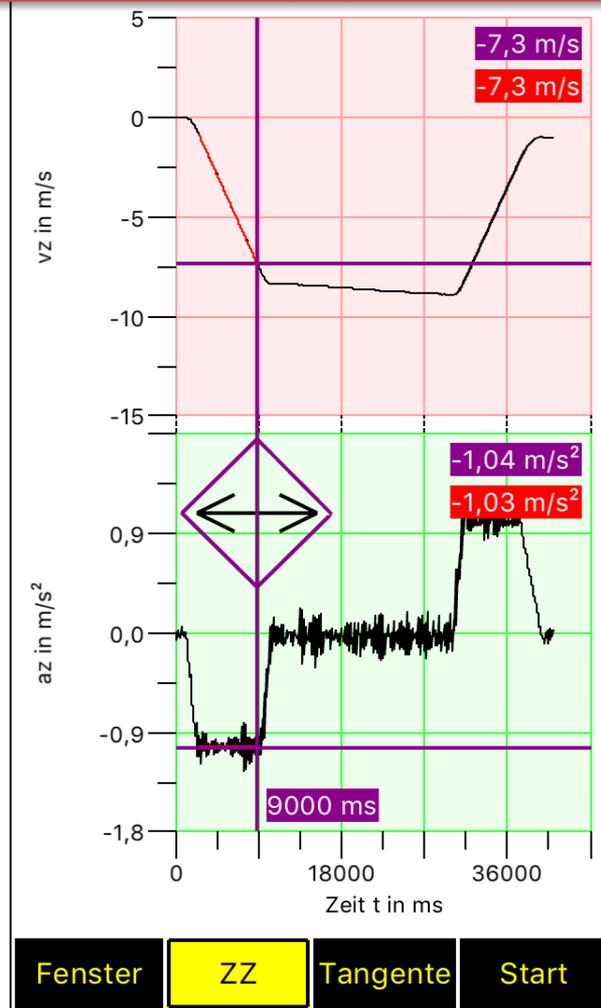
$$sz(t) = 0,5 \cdot az0 \cdot t^2 + vz0 \cdot t + sz0$$
$$sz0 = -0,419 \text{ m}$$

$$az(t) = az0$$

$$Fz(t) = Fz0$$
$$Fz0 = -0,469 \text{ N}$$

$$pz(t) = Fz0 \cdot t + pz0$$
$$pz0 = -0,378 \text{ kg m/s}$$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.



Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil

Näherungsweise glm. beschleunigt beim Bremsen (z-Achse entgegen Fahrtrichtung)

Senden

OK

Ergebnis Fit:

$$vz(t) = az0 \cdot t + vz0$$
$$az0 = 1,01 \text{ m/s}^2$$
$$vz0 = -8,484 \text{ m/s}$$

$$sz(t) = 0,5 \cdot az0 \cdot t^2 + vz0 \cdot t + sz0$$
$$sz0 = -216,4 \text{ m}$$

$$az(t) = az0$$

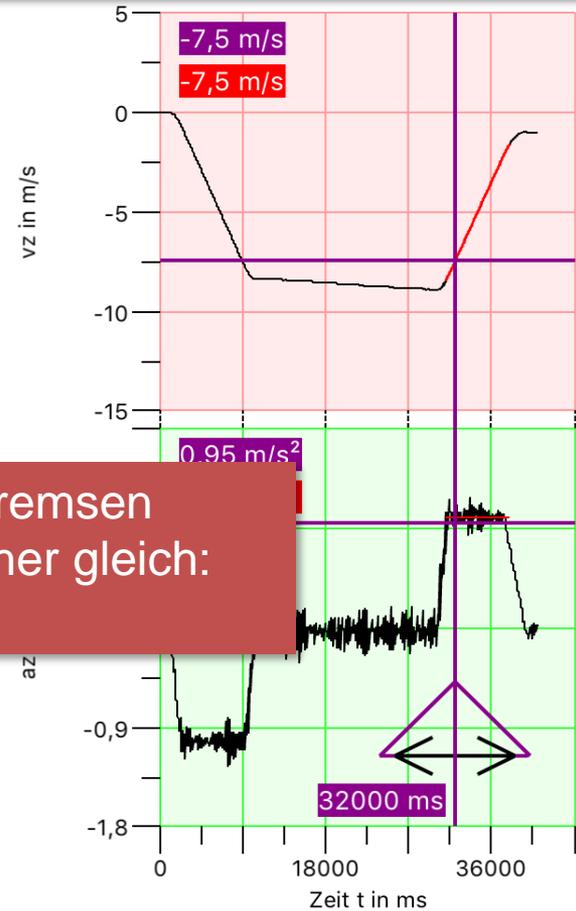
$$Fz(t) = Fz0$$
$$Fz0 = 0,459 \text{ N}$$

$$pz(t) = Fz0 \cdot t + pz0$$
$$pz0 = -3,869 \text{ kg}$$

Zugehörige Graphen werden als rote Kurven ausgegeben.



Beim Anfahren und beim Bremsen
Beschleunigung vom Betrage her gleich:
 $1,0 \text{ m/s}^2$



Fenster

ZZ

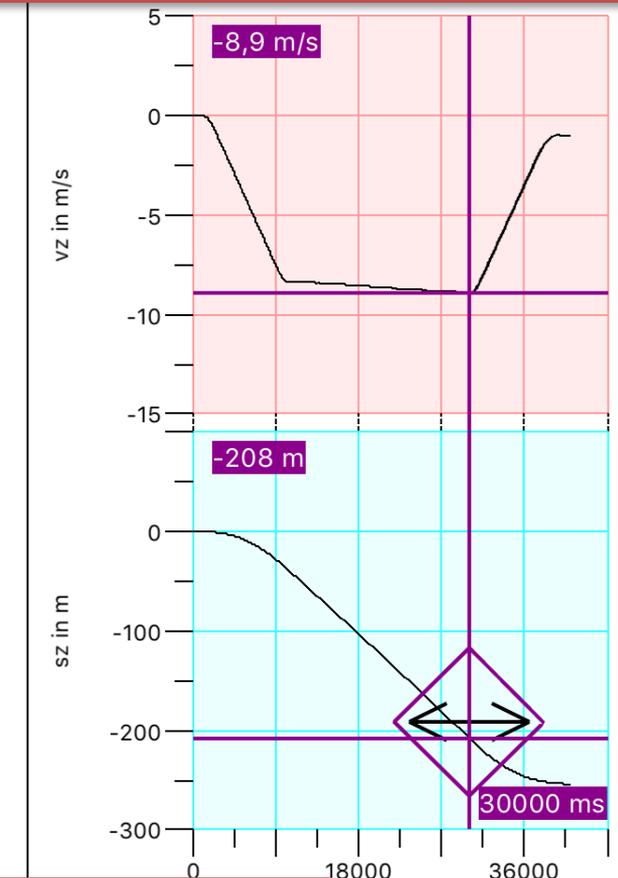
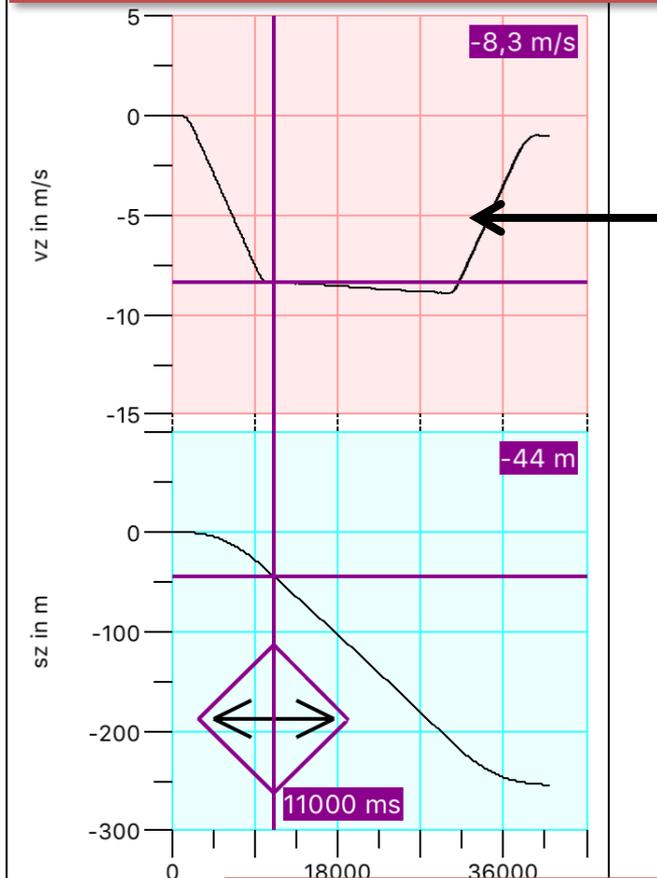
Tangente

Start

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil

Näherungsweise gleichförmige Bewegung im Mittelteil:



Höchstgeschwindigkeit ca. $8,9 \text{ m/s}$
Nach Angabe von Thyssenkrupp: 8 m/s

Fenster

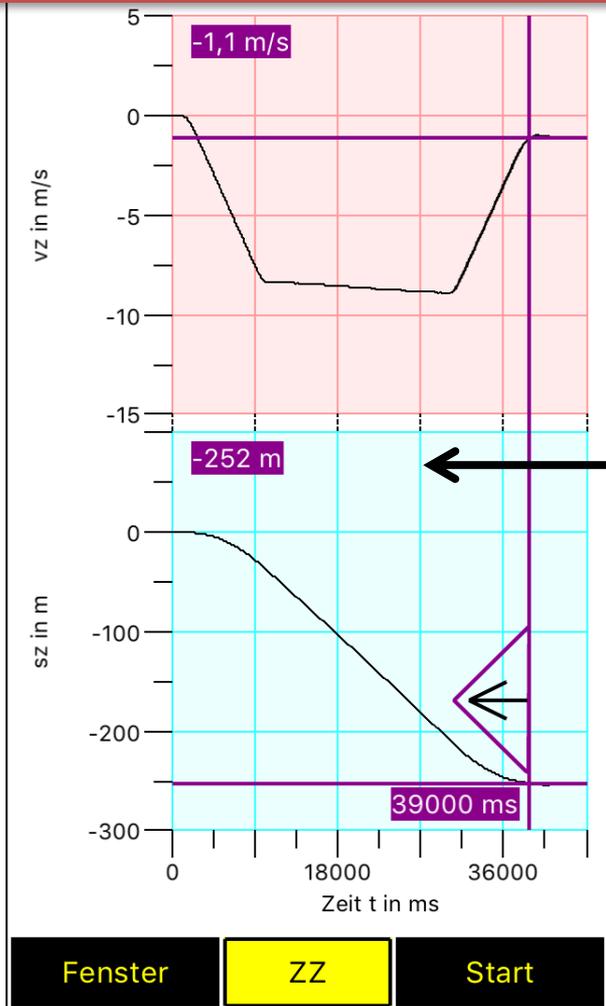
Z

Start

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“

Aufzug Thyssenkrupp-Turm Rottweil

Höhe der Aussichtsplattform



Messergebnis: 252 m

Nach Angabe von Thyssenkrupp: 232 m

Erklärung: Im Mittelteil ist vermutlich $a=0$
Es wird während dieser Zeitspanne also nur die Vibrationen und das Rauschen des Beschleunigungssensors gemessen und integriert. Daher kommt es zu einem leichten Anstieg der Geschwindigkeit. Dies führt zu dem erhöhten Messwert für die Höhe der Aussichtsplattform.

Da hier nur der **Beschleunigungssensor** und **kein Höhensensor** verwendet wird, ist dies dennoch ein gutes Messergebnis

Messung mit Option „Messung (schiefe) Ebene“